財政赤字の資本蓄積におよぼす効果について

滝 田 公 一

序

本稿では，財政赤字（黒字）が経済成長にどのような影響を及ぼすのかという問題を考察する。一見したところこの問題の解決は容易であるように思われる。閉鎖体系を前提とするかぎり，マクロ的な財市場の均衡条件から，投資が資本ストックの増分に等しいとすれば，財政の赤字（黒字）の増加は，他の事情に変更のないかぎり，資本の蓄積を減少（増加）させることがすぐわかる。（次節参照）

しかしながら，ここで財政赤字（黒字）は金融資産の変化を引き起すことに注意しなければならない。すなわち，政府が税収以上のものを支出しようと考えるならば，閉鎖体系を前提とすると，民間部門か中央銀行から借り入れを行わなければならない。前者は貨幣供給の増加を意味し，後者は債券数量の増加を意味する。逆に，政府が税収ほどには支出を行わないならば，貨幣供給量かもしくは債券数量かあるいはその双方の減少を意味する。課税による所得の再分配効果を問わないとすれば，財政赤字（黒字）は，このように金融資産の変化をもたらす。

そこで，このような金融資産の変化を考慮に入れると，問題はそれほど簡単ではなくなる。金融資産の変化は利子率や物価の変化および富効果を通じて実物経済に影響を与えるからである。したがって，本稿の問題を十全に取扱うためには従来の貨幣的成長理論を若干修正する必要がある。すなわち，

(i)貨幣供給量および債券数量の変化を財政収支に基づいて内生化すること。

(ii)債券を金融資産として明示的に取り入れること。

などである。(i)に関しては，所謂，政府予算制約 (Government budget restraint) の概念が役に立つ。また(ii)については，富を債券を含む形に定義し直し，消費関数や投資関数に富効果を導入し，債券の利息支払いを考慮することなどによって解決されよう。ただし，債券償還の問題は事柄を複雑にし過ぎるので，本稿で扱う債券は永久債であるという仮定を置いて，これを回避することにした。また，分析の簡単化のために，消費におよぼす富効果を捨象し，物価上昇率は所与とした。これらの強い仮定を置くことは，モデルの結論をかなり限定的なものにするという代償を支払うことになるが，一方，財政赤字 (黒字)──→金融資産──→利子率──→経済というような論理的脈絡の含意を明確にするための思考実験を可能にしてくれる。

以下，本稿の分析は次のように行われる。まず，財市場・貨幣市場の各々の均衡条件および政府予算制約を踏まえたモデルが提示され，このモデルの動学的特性，およびモデルの均衡点の外生変数の変化に対する反応などが調べられる。以上の分析は，Blinder and Solow〔2〕, Turnovsky〔9〕等に倣って財政赤字 (黒字) の補塡が貨幣によってなされる場合と債券によってなされる場合との2つに分けて考察される。最後に，このモデルの含意および分析の限定事項，今後の課題等が結びにかえて述べられる。

1.　モデル

本節では上述の問題を分析するための理論的な枠組を提供する。主に分析の便宜上から次の2つの仮定をおこう。

（仮定1）　分析の対象となる経済は閉鎖経済 (closed system) である。

（仮定2）　財は一種類のマクロ・モデルである。

これらの仮定を緩めた場合に，本稿の結論がどのような修正を受けるかについては他日を期したい。

(イ)　財市場

財政赤字 (黒字) の観点から興味深い財市場の均衡条件は，民間実質消費を

C，民間実質投資を I，政府実質支出を E，民間実質貯蓄を S，実質租税額を T，政府の実質移転支払いを R とすれば，貿易の存在しない経済では，

$$C+I+E=S+(T-R)+C \quad \cdots\cdots①$$

として与えられる[(1)]。本稿では政府支出と政府移転支払いとの区別はそれほど重要ではないので，政府支出を一括して $G\equiv E+R$ とし，①の両辺から C を消去すると，

$$S=I+G-T \quad \cdots\cdots②$$

が得られる。これは民間貯蓄が実物資本および政府に対する民間の債権（あるいは債務）という形態で保持されていることを示している。すなわち，もし財政赤字（$G>T$）ならば，民間貯蓄は民間投資を上回っていることになり，したがって民間部門の政府に対する債権が発生する。同様に，財政が黒字ならば（$G<T$），民間貯蓄以上の民間投資が行われていることになり，民間部門の政府に対する債務が生じる。

あるいは，見方を変えて次のように解釈することも可能であろう。財政赤字（黒字）は，後に詳述するように，金融資産ストックの変化を意味するから，民間貯蓄は実物資本ストックの変化分と実物金融資産ストックの変化分の和として表わせるというものである[(2)]。

本稿の目的は財政赤字（黒字）の資本蓄積に及ぼす影響であったから，$I\equiv\dot{K}$ $\left(\equiv\dfrac{dK}{dt}\right)$ であることに注意して，②式を，

$$\dot{K}=S-(G-T) \quad \cdots\cdots③$$

と変形すると，財政赤字の増加は民間貯蓄を増加させないかぎり，資本蓄積に不利な影響を及ぼし，財政黒字は民間貯蓄を減少させないかぎり資本蓄積を高めるように機能することがあきらかとなる。しかしながら，以上の結論ではまだ不十分である。なぜなら，財政赤字（黒字）は市中の金融資産の量を変化させ，それが他の経済変数に影響を及ぼすという経路が明示的に考察されていないからである。そこで，そのような効果を明示的に考察するために，次に金融資産市場について考える。

(ロ)　金融資産市場

分析の簡単化のために，

（仮定3）　金融資産は貨幣と政府債券の二種類しか存在しない。

ことを仮定しよう。ここで言及の政府債券は償還の問題を捨象するために，毎年利息として一定額（便宜上単位円としてよい）を支払う永久債であるとしよう。

ところで，諸個人は各自の保有する富を貨幣と債券とに振り分けるという資産選択の行動を前提とするかぎり，

（社会全体の貨幣の超過需要）＋（社会全体の債券の超過需要）＝0

となるから，貨幣市場の均衡と債券市場の均衡とは独立ではあり得ない[(3)]。したがって本稿の仮定のもとでは，貨幣市場の均衡条件か債券市場の均衡条件かいずれか一方だけを考察の対象とすればよいということである。貨幣市場については比較的多くのことが知られているので本稿では，以後，貨幣市場の分析に焦点を絞ることにする。

(ハ)　貨幣市場

貨幣に対する需要は，従来のように取引動機，予備的動機，投機的動機によって生じると考える。特に注意しなければならないのは，投機的動機による貨幣需要は諸個人の資産選択の結果生じるのであると考えると，そのような貨幣需要の大きさは，他の資産の収益ばかりでなく，諸個人の保有する富の大きさ，マクロレベルでは社会全体の富の大きさに依存するということである。したがって，貨幣の実質残高に対する需要を L とすれば，

$$L=L(Y,\ r-\pi,\ W),\ L_1>0,\ L_2<0,\ 1>L_3>0 \quad \cdots\cdots④$$

と書ける。ただし，Y は実質所得，r は名目利子率，π は予想物価上昇率，したがって，$r-\pi$ は実質利子率，W は実質富であり，また，

$$L_1\equiv\frac{\partial L}{\partial Y},\ L_2\equiv\frac{\partial L}{\partial(r-\pi)}\ L_3\equiv\frac{\partial L}{\partial W}$$

である。これらの偏微分の符号についての仮定は通常なされるものと同一であるから説明の要はないであろう。さらに，後に考察される動学的分析のことを考えて次の仮定を置いておく。

（仮定4）　貨幣需要関数は実質所得と実質富に関して一次同次な関数であ

る。

たとえば，実質の所得と富とが2倍になると貨幣需要も2倍になると考えることはそれほど不自然なようには思われない。

貨幣供給については，銀行の部分準備制度による High-Powered Money の乗数的拡大(縮小)の効果は捨象しよう。あるいは，各銀行は100％の準備を義務づけられていると考えてもよい。このように仮定すれば，High-Powered Money の供給量がすなわち貨幣の供給量となる。この仮定を置く理由は，財政の不均衡収支が貨幣供給量に与える効果を明確にしたいためである。不均衡財政が貨幣供給量にどのような影響を与えるかについては「政府予算制約 (Government budget restraint) の項で詳しく述べる。さて，貨幣の名目残高ストックを M, 財の価格を P とすると，貨幣の実質供給量は $\frac{M}{P}$ となり，これと④とから，貨幣市場の均衡条件は，

$$\frac{M}{P}=L(Y,\ r-\pi,\ W) \qquad \cdots\cdots⑤$$

で与えられる。

(二)　政府予算制約 (Government budget restraint)

もし財政赤字が生じたなら，それを補塡するためには，政府は民間もしくは中央銀行から借り入れなければならない。民間からの借入れは政府債券の増加を意味し，中央銀行からの借入れは High-Powered Money の増加を意味する。また逆に財政黒字が生じた場合には，債券および貨幣の発行量は減少し，民間および中央銀行に対する政府の債務は減少する。このような考え方を定式化したものが所謂「政府予算制約」と呼ばれるものである。本稿では，Blinder and Solow〔2〕, Turnovsky〔9〕等に倣って次のように定式化する。額面が単位円の政府永久債券の数量を B とすると，B の量だけの債券が存在することによって支払わなければならない名目利息は B 円であり，この債券は毎期同一額の利息を支払う永久債券であることに注意すれば，B の量だけの債券ストックの市場価値は $\frac{B}{r}$ で与えられる。したがって現行の債券市場価格で評価された債券の数量の変化は，$\frac{\dot{B}}{r}$ (ただし $\dot{B}\equiv\frac{dB}{dt}$) で表わされる。政府の財政赤字 (黒字)

は貨幣供給量および債券発行量のいずれかまたは両方の変化を意味していたから，$\dot{M}\equiv\dfrac{dM}{dt}$ とすれば，

$$\frac{\dot{B}}{r}+\dot{M}=P\left(G+\frac{B}{P}-T\right) \qquad \cdots\cdots ⑥$$

なる方程式が得られる。さらに，所得税率を $\tau(1>\tau>0)$ とするとき，T が実質税額であることに注意すると，

$$T=\tau\left(Y+\frac{B}{P}\right) \qquad \cdots\cdots ⑦$$

となるから，⑥式は，

$$\frac{\dot{B}}{r}+\dot{M}=P\left[G-\tau Y+(1-\tau)\frac{B}{P}\right] \qquad \cdots\cdots ⑧$$

と書き換えることができる。

(ホ) 動学モデル

さて，今や我々の動学モデルを完全な形で述べることができる。まず次の仮定を置く。実質所得 Y は生産関数 $Y=F(N,\ K)$（ただし K は実質資本ストック，N は雇用労働量とする。）で与えられ，

（仮定５）　生産関数は N と K について一次同次であり，また well-behaved[(4)] である。

を満たすものとする。また労働については，

（仮定６）　雇用労働量は一定の率 $n(>0)$ で成長する。

すなわち，

$$\dot{N}=nN,\ \ N(0)=N_0 \qquad \cdots\cdots ⑨$$

を仮定する。さらに分析の単純化のために，次の２つの仮定を設けておく。

（仮定７）　貯蓄関数は線形で可処分所得にのみ依存する。すなわち，

$$S=s\left[(1-\tau)\left(Y+\frac{B}{P}\right)\right],\ \ (1>s>0) \qquad \cdots\cdots ⑩$$

（仮定８）　物価の変化率は θ で与えられる。

すなわち，

$$\dot{P}=\theta P,\ \ P(0)=P_0>0 \qquad \cdots\cdots ⑪$$

（仮定７），（仮定８）は，(a)貯蓄関数は富や利子率の変化の影響を受けるということは十分に考えられる，(b)債券と物価との間には密接な関係のあることが歴史的に知られている，というような理由からかなり強い仮定であることがわかる。しかし，紙幅の都合で，これらの仮定を緩めるという課題については他日を期したい。

資本の蓄積に関する動学方程式を求めよう。$k\equiv\frac{K}{N}$ とすれば，

$$\dot{k}=\frac{\dot{K}}{N}-\left(\frac{\dot{N}}{N}\right)\left(\frac{K}{N}\right) \qquad \cdots\cdots⑫$$

が得られる。一方，政府による債券利息の支払いを考慮すると，③式は，

$$\dot{K}=S-\left(G+\frac{B}{P}-T\right) \qquad \cdots\cdots⑬$$

と書き換えることができる。これを労働単位あたりの式に直して，

$$\frac{\dot{K}}{N}=\frac{S}{N}-\left(\frac{G}{N}+\frac{B}{PN}-\frac{T}{N}\right) \qquad \cdots\cdots⑭$$

これと，⑦，⑩式および

$$\frac{Y}{N}=F\left(\frac{K}{N},\ 1\right)=f(k),\quad b\equiv\frac{B}{PN},\quad g\equiv\frac{G}{N}$$

なる定義式とから，

$$\frac{\dot{K}}{N}=s[(1-\tau)(f(k)+b)]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)b] \qquad \cdots\cdots⑮$$

が得られる。したがって求める資本蓄積の動学方程式は，⑨，⑩，⑮式を⑫式に代入して，

$$\dot{k}=s[(1-\tau)(f(k)+b)]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)b]-nk \qquad \cdots\cdots⑯$$

と書くことができる。

次に財政赤字（黒字）と金融資産の変化とを結びつける動学方程式を求める。所謂，政府予算制約の方程式である。$m\equiv\frac{M}{PN}$ とすると，

$$\dot{m}+\frac{\dot{b}}{r}=\frac{\dot{M}}{PN}+\frac{\dot{B}}{PrN}-\left(\frac{\dot{P}}{P}+\frac{\dot{N}}{N}\right)\left(\frac{M}{PN}+\frac{B}{PrN}\right) \qquad \cdots\cdots⑫$$

が得られる。この式を，⑧，⑨，⑪式および $\lambda\equiv\theta+n$ を使って整理すると，次式のようになる。

$$\dot{m}+\frac{\dot{b}}{r}=g-\tau f(k)+(1-\tau)b-\lambda\left(m+\frac{b}{r}\right) \qquad \cdots\cdots⑱$$

これで，我々のモデルの動態を記述する式⑯，⑱式が得られたことになる。しかし，動学体系をさらに完全なものにするためには利子率と金融資産との間の関係を知ることが必要である。そこで前述の貨幣市場の均衡条件⑤に着目するとよい。実質の富 W は $W\equiv K+\dfrac{M}{P}+\dfrac{B}{Pr}$ で与えられるから，（仮定 4 ）を考慮して，

$$\frac{M}{PN}=L\left(\frac{Y}{N},\ r-\pi,\ \frac{K}{N}+\frac{M}{PN}+\frac{B}{PrN}\right) \qquad \cdots\cdots⑲$$

が得られる。我々の記号法では，

$$m=L\left(f(k),\ r-\pi,\ k+m+\frac{b}{r}\right)$$

$$L_1>0,\ L_2<0,\ 1>L_3>0 \qquad \cdots\cdots⑳$$

となる。適当な条件が満たされれば[5]，これを r について解くことができて，

$$r=\varphi(k,\ m,\ b\ ;\pi),\ \varphi_1>0,\ \varphi_2<0,\ \varphi_3>0,\ \frac{\partial r}{\partial \pi}>0 \qquad \cdots\cdots㉑$$

と書ける。ただし，φ_i は i 番目の独立変数で関数 φ を偏微分したものである。これらの符号については形式的には次のようにして求められる。すなわち，⑳式から，

$$\varphi_1\equiv\frac{\partial r}{\partial k}=-\frac{L_1f'(k)+L_3}{L_2-L_3\dfrac{b}{r^2}}>0$$

$$\varphi_2\equiv\frac{\partial r}{\partial m}=\frac{L_2-L_3\dfrac{b}{r^2}}{1-L_3}<0$$

$$\varphi_3\equiv\frac{\partial r}{\partial b}=-\frac{\dfrac{L_3}{r}}{L_2-L_3\dfrac{b}{r^2}}>0$$

$$\frac{\partial r}{\partial \pi}=\frac{L_2}{L_2-L_3\dfrac{b}{r^2}}>0$$

が得られる。

以上，我々のモデルをまとめて書くと，次のようである。

$$\begin{cases} \dot{k}=s(1-\tau)[f(k)+b]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)b]-nk & \cdots\cdots⑯ \\ \dot{m}+\dfrac{\dot{b}}{r}=g-\tau f(k)+(1-\tau)b-\lambda\left(m+\dfrac{b}{r}\right) & \cdots\cdots⑱ \\ r=\varphi(k,\ m,\ b\ ;\pi),\ \ \varphi_1>0,\ \ \varphi_2<0,\ \ \varphi_3>0,\ \ \dfrac{\partial r}{\partial \pi}>0 & \cdots\cdots㉑ \end{cases}$$

2. 動学経路

さて，上述のモデルを検討することによって容易にわかることは，

(a)債券と貨幣とでは市場利子率に及ぼす影響が異なること

(b)貨幣は直接には資本蓄積に影響を及ぼさないこと

などである。したがって財政収支の調整を貨幣で行うか債券で行うかによって経済の運行に差異が生じるであろうことが予想される。そこで，本稿ではそのような差異を明確にするために，

(イ)貨幣によって財政収支の調整が行われる場合

(ロ)債券によって財政収支の調整が行われる場合

の2つに分けて分析を行うことにしよう。このことを我々のモデルに即して言えば，(イ)の場合は $\dot{b}=0$ すなわち $b=\bar{b}$ (一定) とした場合であり，(ロ)の場合には $\dot{m}=0$ ($m=\bar{m}$ (一定)) とした場合である。ここで注意しなければならないのは，たとえば $b=\bar{b}$ であるときには b の定義から債券の実質利息 $\dfrac{B}{P}$ は労働と同じ率 n で成長しているということである。したがって，たとえば(イ)の意味するところは，存在する債券数量は一定ですべての財政赤字(黒字)は貨幣の発行によって補填されるということではない。なおこのような分析手法は Turnovsky [9] にも見られることを付記しておく。

(イ)　貨幣によって財政収支の調整が行われる場合

この場合には，⑱，⑯，㉑の各式は次のように修正される。すなわち，

$$\dot{k}=s(1-\tau)[f(k)+\bar{b}]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)\bar{b}]-nk \qquad \cdots\cdots㉒$$

$$\dot{m}=g-\tau f(k)+(1-\tau)\bar{b}-\lambda\left(m+\frac{\bar{b}}{r}\right) \qquad \cdots\cdots㉓$$

$$r=\varphi(k,\ m,\ \bar{b}\ ;\pi),\ \varphi_1>0,\ \varphi_2<0,\ \varphi_3>0,\ \frac{\partial r}{\partial \pi}>0 \qquad \cdots\cdots㉔$$

となる。この体系の内生変数は，k, m, r であり，外生変数は，s, τ, g, n, θ, π, $\bar{b}$ で与えられる。利子率 r が k と m との関数であることを考えると，この体系は m と k とに関する連立微分方程式となって，初期値に応じて k と m の運動を記述することになる。

まず，この体系の均衡点を求める。それは，㉒，㉓式において $\dot{k}=0$, $\dot{m}=0$ とおいて得られる次の連立方程式の解として与えられる。すなわち，

$$\begin{cases} s(1-\tau)[f(k)+\bar{b}]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)\bar{b}]-nk=0 & \cdots\cdots㉕ \\ g-\tau f(k)+(1-\tau)\bar{b}-\lambda\left(m+\dfrac{\bar{b}}{r}\right)=0 & \cdots\cdots㉖ \\ r=\varphi(k,\ m,\ \bar{b}\ ;\pi) & \cdots\cdots㉔ \end{cases}$$

適当な条件のもとでは，これらの方程式を満たす非負解が存在するから[(6)]，それを $(k^*,\ m^*)$ としよう。このとき，均衡点で評価された体系㉒，㉓のヤコビ行列 J^* の要素は次の各々で与えられる。

$$\left.\frac{\partial \dot{k}}{\partial k}\right|_{(k^*,m^*)}=\{s(1-\tau)+\tau\}f'(k^*)-n$$

$$\left.\frac{\partial \dot{k}}{\partial m}\right|_{(k^*,m^*)}=0$$

$$\left.\frac{\partial \dot{m}}{\partial k}\right|_{(k^*,m^*)}=-\tau f'(k^*)+\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1$$

$$\left.\frac{\partial \dot{m}}{\partial m}\right|_{(k^*,m^*)}=-\lambda\left(1-\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)$$

したがって，ヤコビ行列式 $|J^*|$ は，

$$|J^*|=-\lambda\left(1-\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)[\{s(1-\tau)+\tau\}f'(k^*)-n] \qquad \cdots\cdots㉗$$

となる。まず生産関数が well-behaved であるから，$f'(k)=\dfrac{n}{s(1-\tau)+\tau}$ を満すような正の数 $\hat{k}$ が存在して[(7)]，また $f''(k)<0$ であったから，

$$k\gtreqless\hat{k}\ \text{に応じて}\quad \{s(1-\tau)+\tau\}f'(k)-n\gtreqless 0 \qquad \cdots\cdots㉘$$

であることに注意する。この結果と $\varphi_2<0$ とから，$\lambda>0$ すなわち，$\theta>-n$ のときには，㉗式は，

$$\hat{k} \gtreqless k^* \text{ に応じて } \quad |J^*| \lesseqgtr 0 \qquad \cdots\cdots (29)$$

となる。逆に，$\lambda<0$ すなわち $\theta<-n$ のときには，

$$\hat{k} \gtreqless k^* \text{ に応じて } \quad |J^*| \gtreqless 0 \qquad \cdots\cdots (30)$$

が得られる。特に $|J^*|<0$ の場合にはこの体系の動学的性質は容易に判明するから，それを次のような命題としてまとめておく。

命題1　$\theta>-n$, $\hat{k}>k^*$ かもしくは，$\theta<-n$, $\hat{k}<k^*$ のいずれかの場合には，均衡点（k^*, m^*）は局所的な鞍点均衡である。

次に，$|J^*|>0$ の場合を考察する[8]。この場合には時間経路の運動は単調であるか振動するかのいずれかである。このような運動の性質はヤコビ行列 J^* の特性方程式の根の判別式△によって知られるから，それを求めると，

$$\triangle=\left\{[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n+\lambda\left(1-\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)\right\}^2\geq 0$$

が得られる。したがって当該の時間経路は単調な運動を行うことがわかる。残された問題はこのような時間経路が均衡点に近づくか否かであるが，それは特性根の符号に依存している。特性根の符号は，

$$J^* \text{ のトレース}=[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n-\lambda\left(1-\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)$$

で知られる。ところで㉙式から，$\lambda>0$ のとき，$|J^*|\geq 0$ となるのは $\hat{k}\leq k^*$ の場合だけである。したがって㉘式から，$[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n\leq 0$ が得られ，行列 J^* のトレースは負となる。同様に，$\lambda<0$ の場合を考えると，$|J^*|\geq 0$ となるのは，㉚式から $\hat{k}\geq k^*$ となる場合である。この時には㉘式から，$[s(1-\tau)+\tau)f'(k^*)-n\geq 0$ となるから，行列 J^* のトレースは正となる。以上をまとめて次の命題を得ることができる。

命題2　$\theta\geq -n$ のとき，$\hat{k}\leq k^*$ を満たす均衡点（k^*, m^*）は局所的に安定な結節点（Node）[9] 均衡である。

命題3　$\theta<-n$ のとき，$\hat{k}\geq k^*$ を満たす均衡点 (k^*, m^*) は局所的に不安定な結節点均衡である。

(ロ)　債券によって財政収支の調整の行われる場合

この場合には，$\dot{m}=0$ すなわち $m=\bar{m}$ とおいて，⑯，⑱，㉑の各式は，

$$\begin{cases} \dot{k}=s(1-\tau)[f(k)+b]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)b]-nk & \cdots\cdots ㉛ \\ \dot{b}=r\left[g-\tau f(k)+(1-\tau)b-\lambda\left(\bar{m}+\dfrac{b}{r}\right)\right] & \cdots\cdots ㉜ \\ r=\varphi(k,\ \bar{m},\ b\ ;\ \pi) & \cdots\cdots ㉝ \end{cases}$$

のように書き換えられる。この体系の内生変数は，k, b, r であり，外生変数は，s, τ, g, n, θ, π, $\bar{m}$ である。そしてこの体系が k と b の運動を記述するものであることは前述と同様である。この体系の均衡点は次の k と b に関する連立方程式の解として定義される。すなわち，

$$\begin{cases} s(1-\tau)[f(k)+b]-[g-\tau f(k)+(1-\tau)k]-nk=0 & \cdots\cdots ㉞ \\ r\left[g-\tau f(k)+(1-\tau)b-\lambda\left(\bar{m}+\dfrac{b}{r}\right)\right]=0 & \cdots\cdots ㉟ \end{cases}$$

そこで，これの非負解 (k^*, b^*) が存在するとして[10]，この均衡点で評価された，体系のヤコビ行列式 $|J^*|$ を求めてみる。

$$\left.\frac{\partial\dot{k}}{\partial k}\right|_{(k^*,b^*)}=[(1-\tau)s+\tau]f'(k^*)-n$$

$$\left.\frac{\partial\dot{k}}{\partial b}\right|_{(k^*,b^*)}=-(1-\tau)(1-s)<0$$

$$\left.\frac{\partial\dot{b}}{\partial k}\right|_{(k^*,b^*)}=-r\tau f'(k^*)+\lambda\frac{b^*}{r}\varphi_1$$

$$\left.\frac{\partial\dot{b}}{\partial b}\right|_{(k^*,b^*)}=r(1-\tau)-\lambda\left(1-\frac{b^*}{r}\varphi_3\right)$$

であることに注意して，

$$|J^*|=-\lambda\{[(1-\tau)s+\tau]f'(k^*)-n\}\left(1-\frac{b^*}{r}\varphi_3\right)$$
$$+r(1-\tau)\{sf'(k^*)-n\}+\lambda(1-\tau)(1-s)\varphi_1\frac{b^*}{r} \quad\cdots\cdots ㊱$$

を得る。したがって，$|J^*|$ の符号は一般には不確定である。しかしながら，次のような条件のもとではその符号が確定する。まず $\lambda<$ 　の場合を考える。well-behaved な生産関数のもとでは，$f'(k)=\dfrac{n}{s}$ となるような非負の k が存在するから[11]，それを $\hat{\hat{k}}$ とする。$\hat{k}$ の定義を思い起せば，資本の限界生産力 $f'(k)$ は逓減するのであるから，$\hat{\hat{k}}<\hat{k}$ であることがわかる。そこで，$\hat{\hat{k}}<k^*<\hat{k}$ とすると，

$$[(1-\tau)s+\tau]f'(k^*)-n>0$$

$$sf'(k^*)-n\leq 0$$

が得られる。したがって，利子率の，債券の実質利息に関する弾力性が[12]，$\dfrac{b}{r}\dfrac{\partial r}{\partial b}\equiv\dfrac{b}{r}\varphi_3<1$ なる条件を満たすならば，㊱式から $|J^*|<0$ であることがわかる。同様にして，$k^*\geq\hat{k}$ のときには，

$$[(1-\tau)s+\tau]f'(k^*)-n\leq 0$$

$$sf'(k^*)-n<0$$

となるから，$\dfrac{b}{r}\varphi_3>1$ であれば，㊱式から $|J^*|<0$ が得られる。以上をまとめると次のような命題が得られる。ただし，$w=k+m+\dfrac{b}{r}$ とすれば，

$$\frac{\partial w}{\partial b}=\frac{1}{r}\left(1-\frac{b}{r}\varphi_3\right)$$

でもあることに注意しておく。

命題4　$\theta<-n$ のときには，次のいずれかの条件が満たされるならば，均衡点 $(k^*,\ b^*)$ は局所的な鞍点均衡である。

(i)　$\hat{\hat{k}}\leq k^*<\hat{k}$，かつ $\dfrac{b}{r}\dfrac{\partial r}{\partial b}<1\left(\text{or }\dfrac{\partial w}{\partial b}>0\right)$

または，

(ii)　$k^*>\hat{k}$，かつ $\dfrac{b}{r}\dfrac{\partial r}{\partial b}>1\left(\text{or }\dfrac{\partial w}{\partial b}<0\right)$

次に $\lambda>0$ すなわち $\theta>-n$ の場合を考える。この場合には $k^*\leq\hat{\hat{k}}$ ならば確定した命題が得られる。$k^*\leq\hat{\hat{k}}$，$\hat{\hat{k}}<\hat{k}$ であるから，

$$sf'(k^*)-n\geq 0,\quad \{(1-\tau)s+\tau\}f'(k^*)-n>0$$

となり，債券実質利息の利子率に関する弾力性が1より大きい，すなわち，

$\frac{b}{r}\varphi_3>1$ であるならば，㊱式から，ヤコビ行列式 $|J^*|$ は正となる。一方，ヤコビ行列 J^* の特性根に関する判別式は正負いずれともなり得るし，また，行列 J^* のトレースは，上述の条件から，

$$J^* のトレース=\{(1-\tau)s+\tau\}f'(k^*)-n+r(1-\tau)-\lambda\times\left(1-\frac{b^*}{r}\varphi_3\right)>0$$

となる。よって次の命題を得る。

命題５　$\theta>-n$ のとき，$k^*\leq\hat{k}$，$\frac{b}{r}\frac{\partial r}{\partial b}>1\left(\text{or } \frac{\partial w}{\partial b}<0\right)$ であるならば，均衡点（k^*，b^*）は局所的に不安定な結節点均衡か渦状点均衡である。

命題４，５に述べられた債券調整による動学経路はすべて不安定な傾向を有している。これは，債券調整による場合には，財政赤字は債券発行量を増加させ，増加した債券数量が債券利息の支払いを増加させ，政府支出を増加させる，その結果財政赤字はさらに増加するというような不安定要因を有しているためかと思われる。貨幣調整の場合には，このような不安定要因が存在しないのと比較して，この点が対照的である。しかしながら，債券調整の場合には運動経路は不安定であるという命題は一般には成立しないことにも留意すべきである。$\lambda<0(\theta<-n)$，$k^*<\hat{\hat{k}}$ の場合，および，$\lambda>0(\theta>-n)$，$k^*>\hat{\hat{k}}$ の場合には，運動経路が安定になる可能性が残されている。あるいは債券実質利息の利子率に関する仮定が満たされない場合も同様である。

3.　位 相 図

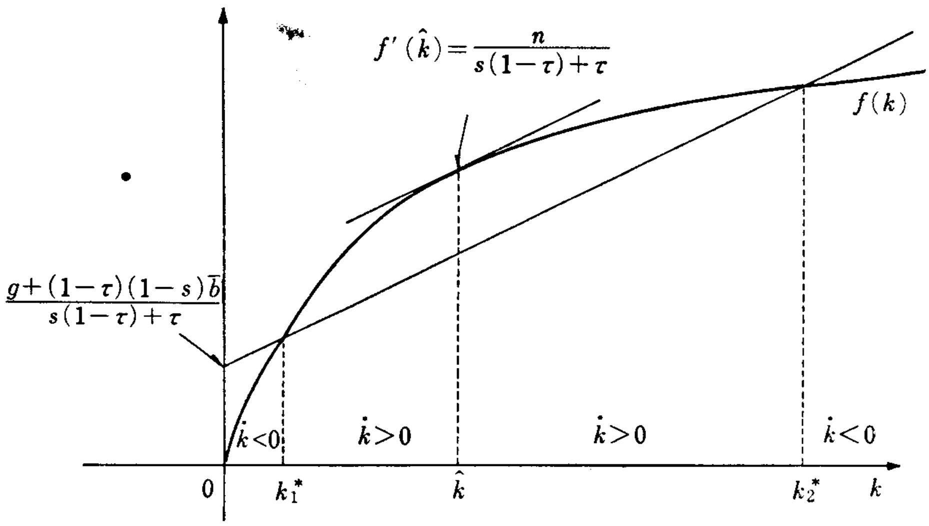
(イ)　貨幣調整の場合

$\dot{k}=0$ を満たす点の軌跡は㉕式によって与えられるから，それを変形して，

$$f(k)=\frac{n}{s(1-\tau)+\tau}k+\frac{g+(1-\tau)(1-s)\bar{b}}{s(1-\tau)+\tau} \qquad \cdots\cdots ㊲$$

したがって $\dot{k}=0$ を満たす k の値は左辺の曲線と右辺の k に関する直線の交点として求められる。代表的な場合を下図に示す。k_1^*，k_2^* が求める交点である。

図1



次に $\dot{m}=0$ について見ると㉖式から，

$$\left.\frac{dm}{dk}\right|_{\dot{m}=0}=-\frac{\tau f'(k^*)+\dfrac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1}{-\lambda\left(1-\dfrac{\bar{b}}{r}\varphi_2\right)}$$

となるから，$\lambda<0$ のときには，$\varphi_1>0$，$\varphi_2<0$ であることに注意すれば，

$$\left.\frac{dm}{dk}\right|_{\dot{m}=0}>0$$

また，$\lambda>0$ のときには，

$$\lambda\gtreqless\frac{\tau r^2 f'(k^*)}{b\varphi_1} \text{ に応じて } \left.\frac{dm}{dk}\right|_{\dot{m}=0}\gtreqless 0$$

さらに，貨幣調整の場合の均衡点 (k^*, m^*) では財政収支がどうなっているか調べておこう。㉖式から，

$$d\equiv g-\tau f(k^*)+(1-\tau)\bar{b}=\lambda\left(m^*+\frac{\bar{b}}{r}\right)$$

であるから，変数の非負制約を考慮すると，$\lambda>0$ なら財政赤字，$\lambda=0$ なら均衡財政，$\lambda<0$ なら財政黒字であることがわかる。また，d の定義から，

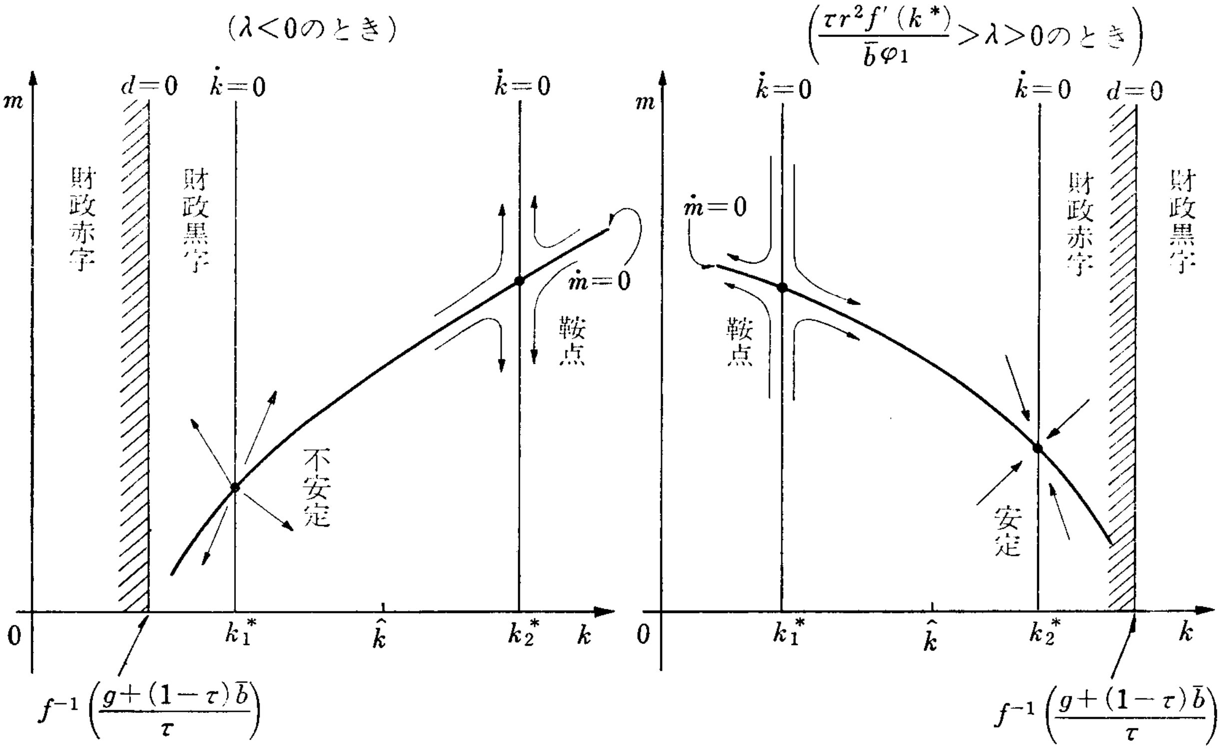
$$f(k)\lesseqgtr\frac{g+(1-\tau)\bar{b}}{\tau} \text{ に応じて } d\gtreqless 0$$

したがって，$f'(k)>0$ $(0<k<\infty)$ であることを考慮して，

$$f^{-1}\left(\frac{g+(1-\tau)\bar{b}}{\tau}\right) \gtreqless k \text{ に応じて } \quad d(k) \gtreqless 0$$

となる。さて以上の結果をまとめて図示すると次のようになる。

図2



最後に $\lambda \geq \frac{r^2\tau f'(k^*)}{\bar{b}\varphi_1}$ の場合であるが，$\dot{m}=0$ の曲線が水平か右上りになることを除いては図2と全く同じである。

(ロ)　債券調整の場合

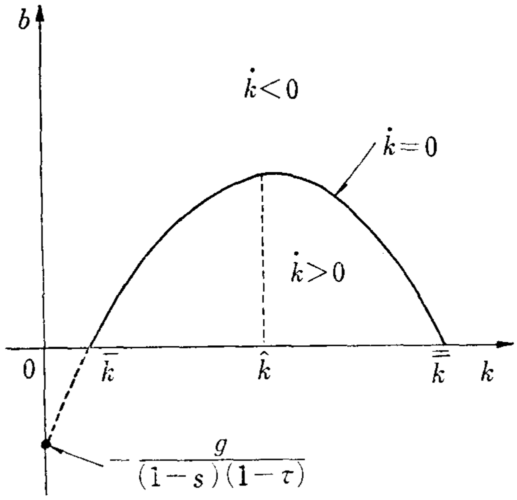
まず $\dot{k}=0$ を満す $(k,\ b)$ の軌跡は，㉞式から，

$$b=\frac{1}{(1-\tau)(1-s)}\{[s(1-\tau)+\tau]f(k)-nk-g\} \quad \cdots\cdots ㊳$$

で表される。したがって，曲線 $[s(1-\tau)+\tau]f(k)$ と直線 $nk+g$ との交点が存在するものとして，それを $\bar{k}$, $\bar{\bar{k}}$ とすると，$\dot{k}=0$ の曲線は $b-k$ 平面では次のように書ける(13)。このことは，$\left.\frac{db}{dk}\right|_{\dot{k}=0}$ を計算することによっても確かめることができる。すなわち，

$$\left.\frac{db}{dk}\right|_{\dot{k}=0}=\frac{\{(1-\tau)s+\tau\}f'(k)-n}{(1-\tau)(1-s)}$$

図 3



となるから，$\hat{k}$ の定義を想起すれば，

$$\hat{k}\gtreqless k \text{ に応じて } \left.\frac{db}{dk}\right|_{\dot{k}=0}\gtreqless 0$$

が得られる。一方，$\dot{b}=0$ を満たす曲線の傾きは，㉟式から，

$$\left.\frac{db}{dk}\right|_{\dot{b}=0}=-\frac{-r\tau f'(k)+\lambda\frac{b}{r}\varphi_1}{r(1-\tau)-\lambda\left(1-\frac{b}{r}\varphi_3\right)}$$

となる。したがって命題 4 の条件(i)の場合には，$\left.\frac{db}{dk}\right|_{\dot{b}=0}>0$ となることがわかるが，条件(ii)の場合には正負いずれともなり得る。また命題 5 の場合には，$\lambda>0$，$\frac{b}{r}\varphi_3>1$ であるから，

$$\frac{r^2\tau f'(k)}{b\varphi_1}\gtreqless\lambda \text{ に応じて } \left.\frac{db}{dk}\right|_{\dot{b}=0}\gtreqless 0$$

となる。また均衡予算線は $d=g-\tau f(k)+(1-\tau)b=0$ から得られるから，

$$b=\frac{\tau}{1-\tau}f(k)-\frac{g}{1-\tau} \qquad \cdots\cdots㊴$$

となり，これを $b-k$ 平面に図示すると，次図のようになる。最後に債券調整の場合の均衡点（b^*，k^*）においては財政収支がどのようになっているか調べる必要があるが，これは貨幣調整の場合と同様にして㉟式から知ることができる。すなわち，$\lambda>0$ ならば財政赤字，$\lambda<0$ ならば財政黒字，$\lambda=0$ ならば均衡財政である。さて，以上の結果をまとめて命題 4 および命題 5 に対応する位相図を書くと次のようになる。ただし，曲線㊴の他の曲線との相対的な位置関係については注の⒁を参照されたい。

図 4

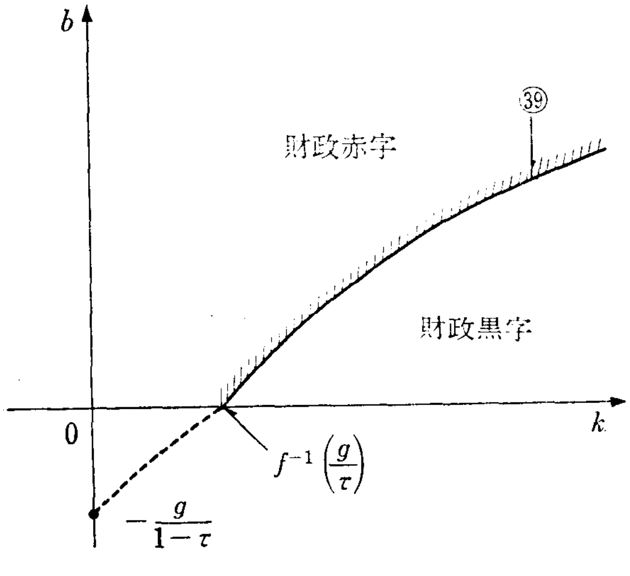


図5

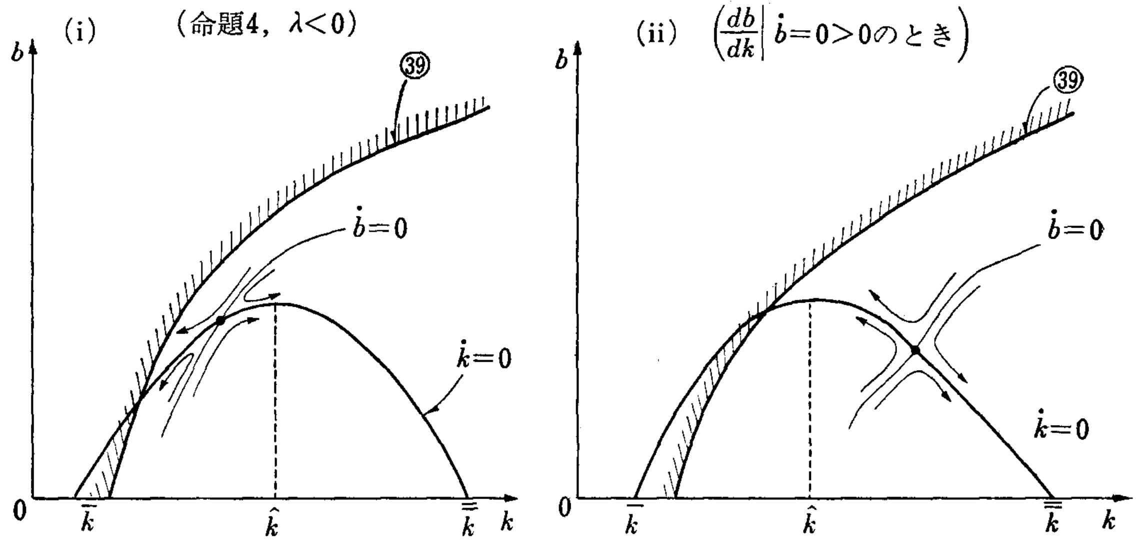
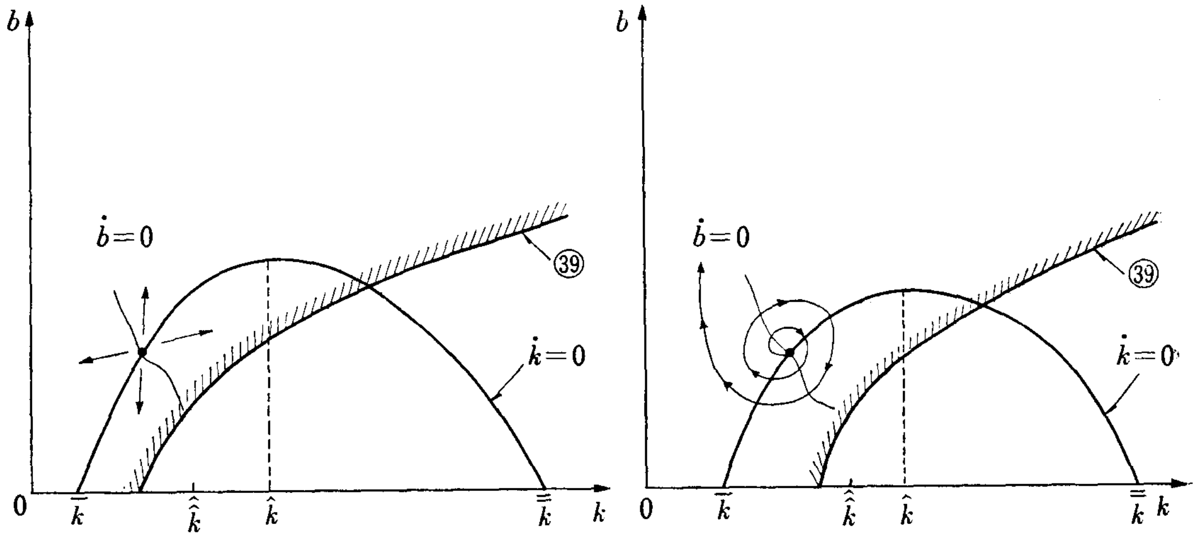


図6

(命題5，$\lambda>\dfrac{r^2\tau f'(k)}{b\varphi_1}(>0)$のとき)



4.　比較動学

この節ではモデルの外生変数の変化が動学的均衡点にどのような影響を及ぼすかを調べよう。ただし，このような分析が有意味であるためには動学的均衡点は安定なものでなければならない。前節の動学経路の分析から，安定均衡が存在する可能性のあることがわかったから，我々のモデルにおいても比較動学

分析は有意味であると思われる。そこで，以下，前節と同様に債券調整の場合と貨幣調整の場合とに分けて分析を進める。

(イ)　貨幣によって財政収支の調整が行われる場合

まず，動学的均衡点 (k^*, m^*) が安定均衡であるためには，前節の記号を用いると，

$$|J^*|=\begin{vmatrix} s[(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n & 0 \\ -\tau f'(k^*)+\dfrac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1 & -\lambda\left(1-\dfrac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)\end{vmatrix}>0 \qquad \cdots\cdots ⑳$$

$$J^* \text{のトレース}=[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n-\lambda\left(1-\frac{\bar{b}}{r^2}\right)\varphi_2<0 \qquad \cdots\cdots ㊶$$

なる条件が満たされなければならない。前節の命題1，2から，条件㊵，㊶を満たすのは，

$$\lambda>0,\ k^*>\hat{k} \qquad \cdots\cdots ㊷$$

となるような均衡点だけである。さて当該のモデルの外生変数は，s, τ, g, n, θ, π, $\bar{b}$ であるから，順次分析を行うことにする。

(i)　貯蓄率 (s) について

㉕，㉖式を s で偏微分し，$\dfrac{\partial k^*}{\partial s}$，$\dfrac{\partial m^*}{\partial s}$ について求めると，

$$\frac{\partial k^*}{\partial s}=\frac{1}{|J^*|}\{-(1-\tau)[f(k^*)+\bar{b}]\}\left(-\lambda+\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right) \qquad \cdots\cdots ㊸$$

$$\frac{\partial m^*}{\partial s}=\frac{1}{|J^*|}\{(1-\tau)[f(k^*)+\bar{b}]\}\left(-\tau f'(k^*)+\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1\right) \qquad \cdots\cdots ㊹$$

となる。ここで安定均衡であるための条件㊵，㊶を想起すれば，㊸式から，

$$\frac{\partial k^*}{\partial s}>0$$

であることがわかる。すなわち，貯蓄率の増加(減少)は労働単位あたり実質資本ストックを高める（低める）ことがわかる。他方，㊹式については，

$$\lambda\geq\frac{r^2\tau f'(k^*)}{\bar{b}\varphi_1} \text{ ならば } \frac{\partial m^*}{\partial s}\geq 0$$

$$\frac{r^2\tau f'(k^*)}{\bar{b}\varphi_1}>\lambda>0 \text{ ならば } \frac{\partial m^*}{\partial s}<0$$

となる。すなわち物価の上昇率もしくは雇用労働量の成長率がある値以上であれば，貯蓄率の増加(減少)は労働単位あたりの実質貨幣ストックを減少(増加)させ，そうでない場合にはその逆が成り立つ。

(ii)　税率 (τ) について

k^* については，$\lambda>0$，$\varphi_2<0$，$|J^*|>0$ であるから，

$$\frac{\partial k^*}{\partial \tau}=\frac{1}{|J^*|}\left[-\lambda(1-s)\left(-1+\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)[f(k^*)+\bar{b}]\right]>0 \qquad \cdots\cdots㊺$$

すなわち，税率の上昇は均衡資本ストックを高める。他方，

$$\frac{\partial m^*}{\partial \tau}=\frac{1}{|J^*|}\left[sf'(k^*)-n+(1-s)\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1\right] \qquad \cdots\cdots㊻$$

であるから，

$$\lambda>0,\ k^*>\hat{k},\ sf'(k^*)-n<0,\ |J^*|>0$$

であることを考慮すると，

$$\theta \geq \frac{n-sf'(k^*)}{(1-s)\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_1}-n \text{ ならば } \frac{\partial m^*}{\partial \tau}>0$$

$$\frac{n-sf'(k^*)}{(1-s)\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_1}-n>\theta>-n \text{ ならば } \frac{\partial m^*}{\partial \tau}<0$$

したがって，物価の上昇率がある値以上のときには，税率の増加(減少)は，労働単位当りの実質貨幣ストックを増加(減少)させ，そうでない場合にはその逆が生じることがわかる。

また，㊺式は税率の変化が均衡点における財政収支にどのような影響をもたらすかについての情報を与えてくれる。財政赤字 d は，$d=g-\tau f(k)+(1-\tau)\bar{b}$ であったから，

$$\left.\frac{\partial d}{\partial \tau}\right|_{(k^*,m^*)}=-\tau f'(k^*)\frac{\partial k^*}{\partial \tau}-f'(k^*)-\bar{b}$$

が得られ，㊺式の符号から，

$$\left.\frac{\partial d}{\partial \tau}\right|_{(k^*,m^*)}<0$$

となることがわかる。すなわち，税率の上昇は財政赤字（per capita）を減少させる。

(iii) 政府支出（g）について

k^* については $\lambda>0$ であるから，

$$\frac{\partial k^*}{\partial g}=\frac{\lambda}{|J^*|}\left(-1+\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)<0 \qquad \cdots\cdots ㊼$$

すなわち，政府支出の増加は財政赤字を増加させ均衡資本ストックの大きさを低下させる。これは通常の短期の財政政策の拡張効果とは対照的な結果である。このような結果の生じる原因の一半は政府支出はすべて費消されて資本蓄積にはまわされないという仮定のためかと思われる。

次に m^* について見ると，

$$\frac{\partial m^*}{\partial g}=\frac{1}{|J^*|}\left[-s(1-\tau)f'(k^*)+n-\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1\right] \qquad \cdots\cdots ㊽$$

安定均衡の条件から，$k^*>\hat{k}$ であるから，

$$n-s(1-\tau)f'(k^*)>0$$

となる。したがって㊽式から，

$$\theta\geq\frac{n-s(1-\tau)f'(k^*)}{\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_1}-n \text{ ならば } \frac{\partial m^*}{\partial g}\leq 0$$

$$\frac{n-s(1-\tau)f'(k^*)}{\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_1}-n>\theta>-n \text{ ならば } \frac{\partial m^*}{\partial g}>0$$

財政収支が貨幣で調整される場合でさえ，政府支出の増加は必ずしも実質貨幣ストックの増加を意味しない。それは物価上昇率の大きさに依存している。

政府支出の変化が財政赤字に及ぼす影響については，

$$\left.\frac{\partial d}{\partial g}\right|_{(k^*,\,m^*)}=1-\tau f'(k^*)\frac{\partial k^*}{\partial g}$$

となるから，㊼式の符号から，

$$\left.\frac{\partial d}{\partial g}\right|_{(k^*,\,m^*)}>0$$

すなわち，政府支出の増加は財政赤字を増加させる。

(iv)　労働人口の成長率（n）について

k^* については，$\lambda>0$，$\varphi_2<0$，$|J^*|>0$ であるから，

$$\frac{\partial k^*}{\partial n}=\frac{\lambda k^*}{|J^*|}\left(-1+\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)<0$$

他方 m^* については，

$$\frac{\partial m^*}{\partial n}=\frac{1}{|J^*|}\left[[\{s(1-\tau\}+\tau\}f'(k^*)-n]\left(m+\frac{\bar{b}}{r}\right)-k^*\left(-\tau f'(k^*)+\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1\right)\right]$$

安定均衡の条件を加味しても，全体の符号は $-\tau f'(k^*)+\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1$ の符号に依存しているので一般には確定的なことは言えない。

(v)　物価上昇率（θ）について

我々のモデルでは，一種の貨幣の中立性を仮定している（消費関数に wealth effect を入れていない）ことになるので，実物資本ストックに対する物価の影響は皆無である。すなわち，

$$\left.\frac{\partial k^*}{\partial\theta}\right|_{(k^*,\,m^*)}=0$$

一方，m^* については，

$$\left.\frac{\partial m^*}{\partial\theta}\right|_{(k^*,\,m^*)}=\frac{1}{|J^*|}\{[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n\}\left(m^*+\frac{\bar{b}}{r}\right)$$

安定均衡の条件から，$k^*>\hat{k}$ であるから，

$$[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n<0$$

したがって，

$$\frac{\partial m^*}{\partial\theta}<0$$

(vi)　予想物価上昇率（π）について

予想物価上昇率は直接にも間接（すなわち利子率の変化を通じて）にも資本の蓄積に影響をおよぼさないので，$\frac{\partial k^*}{\partial\pi}=0$。これはこの種のモデルに課せられる特別な仮定（投資は直接には利子率に依存しない）に帰因するものである。

一方，

$$\frac{\partial m^*}{\partial\pi}=\frac{1}{|J^*|}\{[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n\}\left(-\lambda\frac{\bar{b}}{r^2}\frac{\partial r}{\partial\pi}\right)$$

であり，

$$k^*>\hat{k},\ [s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n<0,\ \lambda>0,\ \frac{\partial r}{\partial \pi}>0$$

であったから，

$$\frac{\partial m^*}{\partial \pi}>0$$

すなわち，予想物価上昇率の上昇は実質貨幣ストック (per capita) を増加させる。

(viii) 債券の実質利息 ($\bar{b}$) について

k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial \bar{b}}=\frac{\lambda}{|J^*|}(1-s)(1-\tau)\left(-1+\frac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2\right)<0$$

したがって，実質利息の増加は実質資本ストックを減少させる。債券の発行量が増えれば，物価に変化のないときには実質利息も増えるので，上の結果は一種の「国債の負担」を表わしていると解釈できるかもしれない。しかし，一般に債券数量の増加は物価に何らかの影響を及ぼすことが予想されるから，一層現実的な効果を知るためには物価の内生化されたモデルでこの問題を取り扱うべきである。

m^* については，

$$\frac{\partial m^*}{\partial \bar{b}}=\frac{1}{|J^*|}\Big[(1-\tau)\{-sf'(k^*)+n\}+\frac{\lambda}{r}\left(1-\frac{\bar{b}}{r}\varphi_3\right)$$
$$\times\{[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n\}-(1-s)(1-\tau)\frac{\lambda\bar{b}}{r^2}\varphi_1\Big]$$

これに安定均衡の条件を加味しても，符号は一般に確定しない。

(ロ) 債券による財政収支調整の場合

体系㉛〜㉝の均衡点が安定であるためには，

$$|J^*|=\begin{vmatrix}[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n & -(1-s)(1-\tau)\\ -r\tau f'(k^*)+\dfrac{b^*\lambda}{r}\varphi_1 & r(1-\tau)-\lambda\left(1-\dfrac{b^*}{r}\varphi_3\right)\end{vmatrix}>0 \quad \cdots\cdots ㊾$$

$$J^* \text{のトレース}=[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n+r(1-\tau)-\lambda\left(1-\frac{b^*}{r}\varphi_3\right)<0$$

……㊿

一方，このモデルの外生変数は，s, τ, g, n, θ, π, $\bar{m}$ である。

(i)　貯蓄率について

㉞，㉟式から，$\dfrac{\partial k^*}{\partial s}$，$\dfrac{\partial b^*}{\partial s}$ を計算する。k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial s}=\frac{1}{|J^*|}[-(1-\tau)\{f(k^*)+b^*\}]\left\{r(1-\tau)-\lambda\left(1-\frac{b}{r}\varphi_3\right)\right\}\quad\cdots\cdots㉛$$

が得られる。したがって，もし債券の実質利息（per capita）の利子率に関する弾力性が1より小さい，すなわち，$1>\dfrac{b}{r}\varphi_3$ ならば，

$$\frac{r(1-\tau)}{1-\dfrac{b^*}{r}\varphi_3}\lesseqgtr\lambda \text{ に応じて } \frac{\partial k^*}{\partial s}\gtreqless 0\quad\cdots\cdots㊾$$

また，

$$1=\frac{b}{r}\varphi_3 \text{ ならば } \frac{\partial k^*}{\partial s}<0$$

さらに，$1<\dfrac{b}{r}\varphi_3$ ならば㊾式の λ に関する不等式の不等号の向きを入れ換えればよい。貨幣調整の場合（(イ)の(i)）と比較して興味深いのは，㉛式が負になる可能性の存在することである。これは，貨幣調整の場合には実質貨幣ストックの変化が資本蓄積に何ら影響を及ぼさなかったのに比べ，債券調整の場合には，$\dfrac{\partial \dot{k}}{\partial b}<0$ なる効果が存在するためであろう。

次に b^* についての計算結果は，

$$\frac{\partial b^*}{\partial s}=\frac{1}{|J^*|}(1-\tau)[f(k^*)+b^*]\left\{-r\tau f'(k^*)+\frac{b^*}{r}\lambda\varphi_1\right\}$$

となるから，

$$\lambda\gtreqless\frac{r^2\tau f'(k^*)}{b^*\varphi_1} \text{ に応じて } \frac{\partial b^*}{\partial s}\gtreqless 0$$

これは貨幣調整の場合とほぼ同じ結果であることに注意されたい。

(ii)　税率について

k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial \tau}=\frac{1}{|J^*|}\left\{\lambda(1-s)\left(1-\frac{b}{r}\varphi_3\right)[f(k^*)+b^*]\right\}\quad\cdots\cdots㊿$$

が得られる。したがって，$\lambda>0$ ならば，

$$1 \gtreqless \frac{b}{r}\varphi_3 \text{ に応じて } \frac{\partial k^*}{\partial \tau} \gtreqless 0 \qquad \cdots\cdots ⑭$$

$\lambda=0$ ならば,

$$\frac{\partial k^*}{\partial \tau}=0 \qquad \cdots\cdots ⑮$$

$\lambda<0$ ならば,

$$1 \gtreqless \frac{b}{r}\varphi_3 \text{ に応じて } \frac{\partial k^*}{\partial \tau} \lesseqgtr 0 \qquad \cdots\cdots ⑯$$

すなわち，税率の増加が労働単位当り実質資本ストックを増加させるか減少させるかは，利子率に対する債券実質利息の弾力性が1より大きいか小さいかに依存していることがわかる。貨幣調整の場合と比べて異なっている点は，⑬式が負になる可能性の存在することである。これは通常の $IS-LM$ 分析では税率の上昇が負の乗数効果を考慮しても財政赤字を減少させ，したがって資本蓄積を高めることが予想されるが，それと対照的な結果である。[15]

次に b^* について見ると,

$$\frac{\partial b^*}{\partial \tau}=\frac{1}{|J^*|}\left\{r[sf'(k^*)-n]+\frac{b^*}{r}\lambda(1-s)\varphi_1\right\} \qquad \cdots\cdots ⑰$$

となって一般に符号は不確定である。しかし，$k^* \leq \hat{\hat{k}}$，$\lambda>0$ のときには符号が確定して,

$$\frac{\partial b^*}{\partial \tau}>0 \qquad \cdots\cdots ⑱$$

また，$k^* \geq \hat{\hat{k}}$，$\lambda<0$ のときには,

$$\frac{\partial b^*}{\partial \tau}<0 \qquad \cdots\cdots ⑲$$

が得られる。

税率の変化の財政赤字に及ぼす影響は,

$$\frac{\partial d}{\partial \tau}=-b^*-f'(k^*)-\tau f'(k^*)\frac{\partial k^*}{\partial \tau}+(1-\tau)\frac{\partial b^*}{\partial \tau}$$

で知られる。⑬，⑰式を参照すると，上式の符号は正にも負にもなり得ることがわかる。しかし，たとえば，$1 \leq \frac{b}{r}\varphi_3$，$k^* \geq k$，$\lambda<0$ であれば，⑯，⑲式から,

$$\frac{\partial d}{\partial \tau}<0$$

となることがわかる。すなわち，利子率に対する債券利息の弾力性が1より大きく，均衡資本ストックもかなり大きく，物価がかなりの率で下落している場合には，税率の増加は財政赤字を減少させる。

(iii)　政府支出について

k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial g}=\frac{1}{|J^*|}\left\{rs(1-\tau)-\lambda\left(1-\frac{b}{r}\varphi_3\right)\right\} \quad \cdots\cdots ⑹⓪$$

が得られる。実質の富 (per capita) は $w=k+m+\dfrac{b}{r}$ で，$r=\varphi(k,\ \bar{m},\ b;\ \pi)$ であったから，

$$\frac{\partial w}{\partial b}=\frac{1}{r}\left(1-\frac{b}{r}\varphi_3\right)$$

と書ける。したがって，⑹⓪式の符号は，$\lambda<0$ ならば，

$$\frac{\partial w}{\partial b}\gtreqless\frac{s(1-\tau)}{\lambda} \text{ に応じて } \quad \frac{\partial k^*}{\partial g}\gtreqless 0 \quad \cdots\cdots ⑹①$$

$\lambda=0$ ならば，⑹⓪式から，

$$\frac{\partial k^*}{\partial g}>0$$

$\lambda<0$ ならば，

$$\frac{\partial w}{\partial b}\lesseqgtr\frac{s(1-\tau)}{\lambda} \text{ に応じて } \quad \frac{\partial k^*}{\partial g}\gtreqless 0 \quad \cdots\cdots ⑹②$$

したがって，政府支出の変化が資本ストックに及ぼす影響は債券利息の富に及ぼす影響の大きさに依存している。

b^* については，

$$\frac{\partial b^*}{\partial g}=\frac{1}{|J^*|}\left\{-r[s(1-\tau)f'(k^*)-n]-\frac{b}{r}\lambda\varphi_1\right\} \quad \cdots\cdots ⑹③$$

が得られる。したがって，

$$\theta\gtreqless\frac{-r^2[s(1-\tau)f'(k^*)-n]}{b^*\varphi_1}-n \text{ に応じて } \quad \frac{\partial b^*}{\partial g}\gtreqless 0 \quad \cdots\cdots ⑹④$$

貨幣調整の場合と比べて興味深いのは，もし債券調整の場合の均衡点 k^* が

$f'(k^*)<\dfrac{n}{s(1-\tau)}$ を満たすならば，㊽，㊼式から，

$$sgn\left(\frac{\partial b^*}{\partial g}\right)=sgn\left(\frac{\partial m^*}{\partial g}\right)$$

となることである。

政府支出の財政赤字に及ぼす影響は，

$$\frac{\partial d}{\partial g}=1-\tau f'(k^*)\frac{\partial k^*}{\partial g}+(1-\tau)\frac{\partial b^*}{\partial g}$$

で与えられる。以上の分析からこれは正負いずれともなり得る。

(iv)　労働人口の成長率について

k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial n}=\frac{1}{|J^*|}\left[k^*\left\{r(1-\tau)-\lambda\left(1-\frac{b^*}{r}\varphi_3\right)\right\}+(1-s)(1-\tau)\times(r\bar{m}+b^*)\right]$$

となって一般にはこの符号は確定しない。しかし，前述の㊿式の結果を利用すると，

$$\frac{\partial k^*}{\partial n}=k^*\frac{\partial k^*}{\partial g}+\frac{r(1-s)(1-\tau)}{|J^*|}\left(k^*+\bar{m}+\frac{b^*}{r}\right)$$

となるから，$w^*\equiv k^*+\bar{m}+\dfrac{b^*}{r}$ とすると，

$$\frac{\partial k^*}{\partial n}=k^*\left\{\frac{\partial k^*}{\partial g}+\frac{r(1-s)(1-\tau)w^*}{k^*|J^*|}\right\}$$

よって，

$$\frac{\partial k^*}{\partial g}\gtreqless-\frac{r(1-s)(1-\tau)w^*}{k^*|J^*|}\ \text{に応じて}\qquad \frac{\partial k^*}{\partial n}\gtreqless 0$$

特に，$\dfrac{\partial k^*}{\partial g}\geqq 0$ ならば，$\dfrac{\partial k^*}{\partial n}>0$ である。このような可能性が存在することは，通常の新古典派モデルの結果や貨幣調整の場合の結果と比べて対照的である。

次に b^* について調べると，

$$\frac{\partial b^*}{\partial n}=\frac{1}{|J^*|}\left\{([s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n)(r\bar{m}+b^*)+k\left(r\tau f'(k^*)-\frac{b^*\lambda}{r}\varphi_1\right)\right\}$$

が得られる。これは，次に述べる $\dfrac{\partial b^*}{\partial\theta}$ に関する式を利用すると，

$$\frac{\partial b^*}{\partial n}=r\left[\frac{\partial b^*}{\partial\theta}-\frac{k^*}{|J^*|}\left(\tau f'(k^*)-\frac{b^*\lambda}{r^2}\varphi_1\right)\right]$$

となるから，

$$\frac{\partial b^*}{\partial \theta} \gtreqless \tau f'(k^*) - \frac{b\lambda}{r^2}\varphi_1 \text{ に応じて } \quad \frac{\partial b^*}{\partial n} \gtreqless 0$$

(v)　物価上昇率について

k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial \theta} = \frac{1}{|J^*|}\left\{(1-s)(1-\tau)\left(\bar{m}+\frac{b^*}{r}\right)\right\} > 0$$

が得られる。すなわち，物価上昇率が高まるならば，それは労働単位あたり実質資本ストックを高めることがわかる。前述の貨幣調整の場合（(イ)の(v)）には物価の変化は何ら実質資本ストックに影響を及ぼさなかったことに注意されたい。これは価格の変化が債券の実質利息に変化を与え，そのような実質利息の変化が可処分所得や政府支出の変化を通じて実質資本ストックに影響を与えるという経路が存在することから生じた結果と言える。

b^* については，

$$\frac{\partial b^*}{\partial \theta} = \frac{1}{|J^*|}\{[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n\}\left(\bar{m}+\frac{b^*}{r}\right)$$

である。したがって，

$$\hat{k} \gtreqless k^* \text{ に応じて } \quad \frac{\partial b^*}{\partial \theta} \gtreqless 0$$

すなわち，均衡実質資本ストックの大きさに応じて，物価上昇率の変化は実質債券利息支払いを増減させることがわかる。また，貨幣調整の場合と比較すると，双方の均衡資本ストックがいずれも $\hat{k}$ より大であれば，

$$sgn\left(\frac{\partial m^*}{\partial \theta}\right) = sgn\left(\frac{\partial b^*}{\partial \theta}\right) = -$$

となることがわかる。

(vi)　予想物価上昇率について

k^* については，

$$\frac{\partial k^*}{\partial \pi} = \frac{1}{|J^*|}\left\{-\frac{\lambda b^*}{r^2}\frac{\partial r}{\partial \pi}(1-s)(1-\tau)\right\}$$

が得られるから，$\dfrac{\partial r}{\partial \pi} > 0$ であることに注意して，

$$\lambda \gtreqless 0 \text{ に応じて} \qquad \frac{\partial k^*}{\partial \pi} \lesseqgtr 0$$

となる。すなわち，物価上昇率の大きさ（*ie.* $\theta \gtreqless -n$）に応じて，予想物価上昇率は実質資本ストックを増減させることがわかる。これは，たとえば，予想物価上昇率の増加が利子率を高め，それが債券利息の市場価値を低下させ，もし $\lambda>0$ ならば，このことが㉜式から b を増加させる。これは㉛式から k の減少を意味する。

b^* については

$$\frac{\partial b^*}{\partial \pi} = \frac{1}{|J^*|}\left\{-\frac{\lambda b^*}{r^2}\frac{\partial r}{\partial \pi}([s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n)\right\}$$

であるから，

$$\hat{k} \lesseqgtr k^* \text{ に応じて} \qquad \frac{\partial b^*}{\partial \pi} \gtreqless 0$$

となる。したがって，均衡の実質資本ストックの大きさに応じて，予想物価上昇率の変化は債券の実質利息を増減させることがわかる。また，貨幣調整の場合と比較してみると前述の物価上昇率の変化の場合と同じ結果が得られる。すなわち，双方の均衡資本ストックがいずれも $\hat{k}$ より大であれば，

$$sgn\left(\frac{\partial m^*}{\partial \pi}\right) = sgn\left(\frac{\partial b^*}{\partial \pi}\right) = +$$

となる。

(vii) 実質貨幣ストック（$\bar{m}$）について

$$\frac{\partial k^*}{\partial \bar{m}} = \frac{1}{|J^*|}\left\{r\lambda(1-s)(1-\tau)\left(1-\frac{b^*}{r^2}\varphi_2\right)\right\} \qquad \cdots\cdots ⑮$$

が得られるから，$\varphi_2<0$ に注意して，

$$\lambda \gtreqless 0 \;\; ie \;\; \theta \gtreqless -n \text{ に応じて} \qquad \frac{\partial k^*}{\partial \bar{m}} \gtreqless 0$$

すなわち，実質貨幣ストックが均衡の実質資本ストックをどのように変化させるかは，物価上昇率の大きさに依存している。また貨幣調整の場合（(イ)の(vii)）と比べると，

$$sgn\left(\frac{\partial k^*}{\partial \bar{b}}\right) = -sgn\left(\frac{\partial k^*}{\partial \bar{m}}\right)$$

であることがわかる。

次に，

$$\frac{\partial b^*}{\partial \bar{m}}=\frac{r\lambda}{|J^*|}\{[s(1-\tau)+\tau]f'(k^*)-n\}\left(1-\frac{b^*}{r^2}\varphi_2\right) \qquad \cdots\cdots 66$$

であるから，もし $\lambda>0$ ならば，

$$k^* \gtreqless \hat{k} \text{ に応じて } \quad \frac{\partial b^*}{\partial \bar{m}} \lesseqgtr 0$$

$\lambda=0$ ならば，

$$\frac{\partial b^*}{\partial \bar{m}}=0$$

$\lambda<0$ ならば，

$$k^* \gtreqless \hat{k} \text{ に応じて } \quad \frac{\partial b^*}{\partial \bar{m}} \gtreqless 0$$

が得られる。すなわち，実質貨幣ストックが均衡における債券の実質利息をどのように変化させるかは，物価上昇率の大きさおよび均衡資本ストックの大きさに依存していることがわかる。

一方，貨幣ストックの変化が財政赤字にどのような変化をもたらすかについては，

$$\frac{\partial d}{\partial \bar{m}}=-\tau f'(k)\frac{\partial k}{\partial \bar{m}}+(1-\tau)\frac{\partial b}{\partial \bar{m}} \qquad \cdots\cdots 67$$

が得られるから，財政赤字の変化は，$\bar{m}$ の変化がどれだけの所得税収をもたらし，一方でどれだけの債券利息支払いを余儀なくさせるかに依存していることがわかる。67式に65，66の各式を代入すると，

$$\left.\frac{\partial d}{\partial \bar{m}}\right|_{(k^*,\,b^*)}=r\lambda(1-\tau)\left(1-\frac{b^*}{r^2}\varphi_2\right)\{sf'(k^*)-n\}$$

となる，したがって，$f'(k)=\frac{n}{s}$ を満たす非負の k が $\hat{k}$ であったことを想起すれば，

$$k^* \gtreqless \hat{k} \text{ に応じて } \quad \left.\frac{\partial d}{\partial \bar{m}}\right|_{(k^*,\,b^*)} \lesseqgtr 0 \quad (\lambda>0)$$

$$\left.\frac{\partial d}{\partial \bar{m}}\right|_{(k^*,\,b^*)}=0 \quad (\lambda=0)$$

$$k^* \gtreqless \hat{\hat{k}} \text{ に応じて } \quad \left.\frac{\partial d}{\partial \bar{m}}\right|_{(k^*,\, b^*)} \gtreqless 0 \quad (\lambda < 0)$$

となる。

結びにかえて

まず従来の貨幣的成長理論と比べると，財政赤字（黒字）を明示的に導入した貨幣的成長モデルでは，安定または不安定な結節点均衡が生じる可能性のあることがわかる。次に財政収支を貨幣で補塡する場合と債券で補塡する場合とを比較すると，債券調整の場合には資本ストックや債券数量が通時的に振動する可能性のあることがわかる。また比較動学の結果をまとめると次表のようである。

内生変数＼外生変数		s	τ	g	n	θ	π	$\bar{m}$	$\bar{b}$
貨幣調整	k^*	＋	＋	−	−	0	0	／	−
	m^*	±	±	±	?	−	＋	／	?
債券調整	k^*	±	±	±	±	＋	±	±	／
	b^*	±	?	±	±	±	±	±	／

ところで，本稿のモデルに課された仮定のうち，

(a)　消費関数に富効果が導入されていないこと

(b)　物価が内生化されていないこと

の２つの仮定は，かなり強い仮定であるので，本稿の結論はそれだけ限定的なものとなることはやむを得ない。以上２つの仮定を弱めた時にモデルの含意がどのような修正を受けるかについては今後の課題としたい。

（注）

(1)　Branson〔3〕, Dornbush and Fisher〔4〕などを参照。

(2)　Tobin〔10〕参照。

(3)　Dornbush and Fisher〔4〕pp. 104-106

(4)　well-behaved な生産関数は次の性質を満たす。ただし $F\left(\frac{K}{N},\ 1\right) \equiv f(k)$ とする。

$f(0)=0,\ f(\infty)=\infty,\ f'(0)=\infty,\ f'(\infty)=0$

$f'(k)>0,\ \text{for } \infty>k>0 \qquad f''(k)<0 \text{ for } \infty>k>0$

(5)　$\phi(r;k,m,b)\equiv m-L\left(f(k),\ r-\pi,\ k+m+\dfrac{b}{r}\right)=0$ なる陰関数を考えるとき，この方程式の解で評価された偏微分 $\partial\phi/\partial r$ がゼロとならなければよい。

(6)　㉕式は m とは独立であるから，㉕式のみで均衡の k^* が決定される。そこで，

$$\Gamma(k)\equiv[s(1-\tau)+\tau]f(k)-nk-g-(1-\tau)(1-s)\bar{b}$$

なる関数を定義すると，$f(k)$ が連続であるから $\Gamma(k)$ も連続。$\Gamma(0)=-g-(1-\tau)(1-s)\bar{b}<0$ であるから，$\Gamma(k)>0$ となるような $\bar{k}>0$ が存在しさえすれば，中間値の定理から $0<k^*<\bar{k}$ なる k^* が存在する。次に m^* の存在について。関数 $r=\varphi(k,m,\bar{b})$ は m に関して連続で，$m\to 0$ のとき $r\to\bar{r}$，$m\to\infty$ のとき $r\to\underline{r}$ とする。このとき，$\Phi(m)=m+\dfrac{\bar{b}}{r}$ なる関数は連続で，$\Phi'(m)=1-\dfrac{\bar{b}}{r^2}\varphi_2>0$ であるから単調増加でもあり，$\Phi(0)=\dfrac{\bar{b}}{\bar{r}}$，$\Phi(\infty)=\infty$ となる。したがって

$$\infty>\frac{1}{\lambda}[g-\tau f(k^*)+(1-\tau)\bar{b}]>\frac{\bar{b}}{\bar{r}}$$

であれば，中間値の定理から，$0<m^*<\infty$ なる m^* が存在する。

(7)　まず，$0<\dfrac{n}{s(1-\tau)+\tau}<\infty$ であることに注意する。次に $f'(0)=\infty$，$f(\infty)=0$ であるから，$f'(k)$ が連続であれば中間値の定理により題意のような $\hat{k}$ で $0<\hat{k}<\infty$ となるものが存在する。しかも $f''(k)<0$ であるから，このような $\hat{k}$ は一意である。

(8)　$|J^*|=0$ の場合には，k^*，m^* を外生変数の関数として表わせなくなる可能性があることに注意すべきである。

(9)　2元線形連立微分方程式の解の特性については，たとえば，コディントン・レヴィンソン著，吉田節三訳「常微分方程式論(下)」pp.587-593，等を参照されたい。

(10)　㉞式を変形して

$$b=h(k)\equiv\frac{1}{(1-s)(1-\tau)}\{[s(1-\tau)+\tau]f(k)-g-nk\}$$

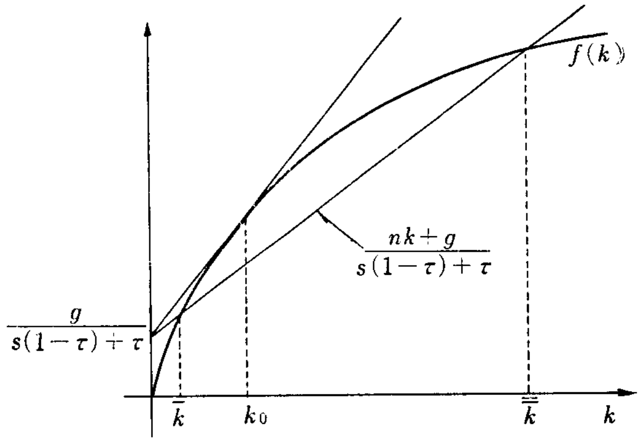
そこで，$h(k)=0$ を満たす非負の k が存在するための条件を求める。労働の限界生産力を $l(k)$ とすると，$l(k)$ は連続で，$l(k)=f(k)-kf'(k)$，$l(0)=0$，$l(\infty)=\infty$，$l'(k)>0$ であるから，$0<\dfrac{g}{s(1-\tau)+\tau}<\infty$ であることを考慮すると，中間値の定理から，

$$l(k_0)=\frac{g}{s(1-\tau)+\tau}$$

となるような $0<k_0<\infty$ が存在し，しかも一意である。$h(k)=0$ となるような k が存在するためには，上述の k_0 に対して，

$$f'(k_0)>\frac{n}{s(1-\tau)+\tau}$$

となればよいことは右図からあきらかである。そこで上述の条件が成立するものとすれば，$h(k)=0$ なる非負の k が一般に2個存在するから，それを $\bar{k}$，$\bar{\bar{k}}(\bar{\bar{k}}>\bar{k})$ とすると，$b=h(k)\geq 0$ であるための k の値の範囲は，$\bar{k}\leq k\leq\bar{\bar{k}}$ である。



次に，$b=h(k)$ を㉟式に代入すると，㉟式は k だけの関数 $H(k)$ となる。すなわち，

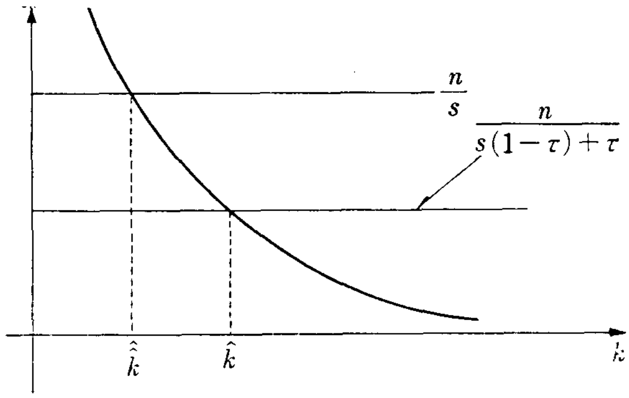
$$H(k)\equiv r\left[g-\tau f(k)+(1-\tau)h(k)-\lambda\left(\bar{m}+\frac{h(k)}{r}\right)\right]$$

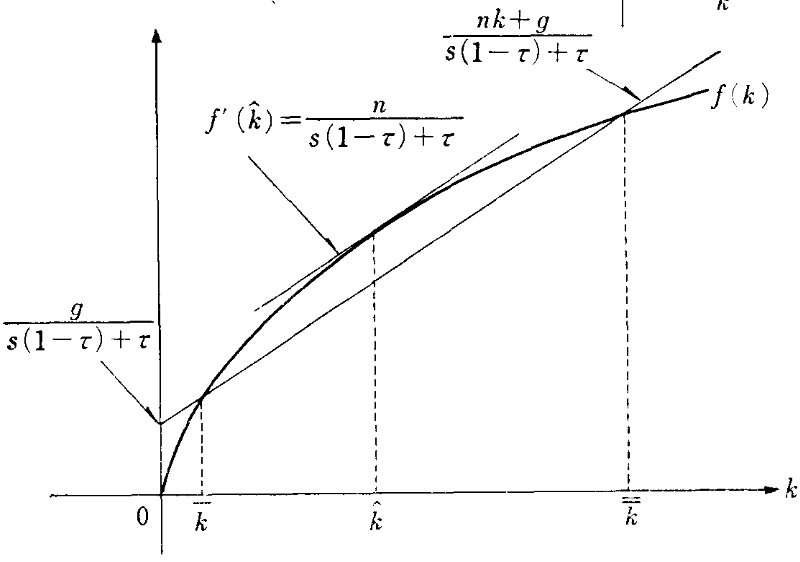
これは k に関して連続な関数であるから，$H(k_1)\times H(k_2)<0$ となるような $\bar{k}$, $\bar{\bar{k}}$ の間の数 k_1, k_2 が存在すれば，中間値の定理から k_1 と k_2 との間にあるような k^* が存在する。そして $b^*=h(k^*)\geq 0$ である。

(11) 生産関数が well-behaved であるから，$f'(0)=\infty$, $f'(\infty)=0$ である。一方，$0<\frac{n}{s}<\infty$ で $f(k)$ は連続である。よって中間値の定理から，$0<\hat{\hat{k}}<\infty$, $f'(\hat{\hat{k}})=\frac{n}{s}$ となるような $\hat{\hat{k}}$ が存在する。また $f''(k)<0$ であるから，そのような $\hat{\hat{k}}$ は一意である。

(12) 正確には b は per capita である。

(13) 概略を図示しておく。もちろん次図のようにならない可能性も存在する。



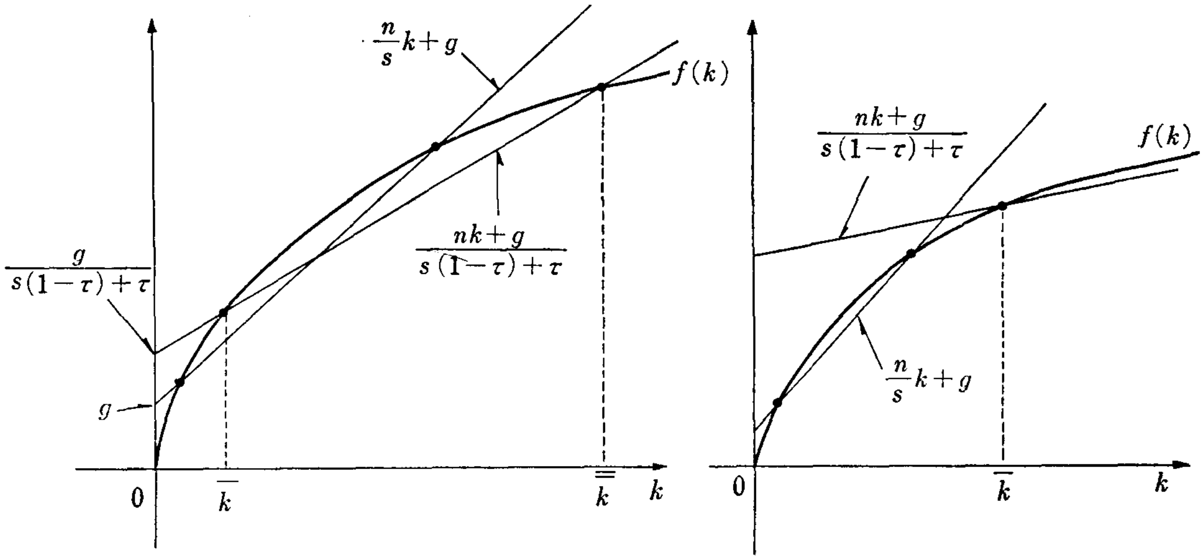


(14) 均衡財政を与える b と k の組合せは㊳式で与えられるから，2つの曲線の交点はこれら2つの式から b を消去して，$f(k)=g+\frac{n}{s}k$ で与えられる。これを満たす k は均衡財政でかつ $\dot{k}=0$ を満たす。一方，$b-k$ 平面における㊴式と k 軸との交点は㊴式において $b=0$ として得られるから，

$$f(k)=\frac{nk+g}{s(1-\tau)+\tau}$$

となる。$g<\frac{g}{s(1-\tau)+\tau}$, $\frac{n}{s}>\frac{n}{s(1-\tau)+\tau}$ であることに注意すれば，生起する可能性は次の2つの図のいずれかであろう。

しかしながら，右図では曲線㊳，㊴のすべての交点の b 座標が負となるので，経済学的に有意味なのは左図の場合だけである。



(15) Durnbush and Fisher〔4〕pp.78-79 参照。

REFERENCES

(1) Burmeister E. and A.R. Dobell, *Mathematical Theories of Economic Growth,* Macmillan, 1970.

(2) Blinder, A.S. and R.M. Solow, "Does Fiscal Policy Matter?" *Journal of Public Economics.* 2(1973), 319-38.

(3) Branson, W.H. *Macroeconomic Theory and Policy,* Harper and Row, 1972.

(4) Dornbush, R. and S. Fisher, *Macroeconomics,* McGraw-Hill, 1978.

(5) Foley, D.K. and M. Sidrauski, *Monetary and Fiscal Policy in a Growing Economy,* Macmillan, 1971.

(6) Levhari, D. and D. Patinkin, "The Role of Money in a Simple Growth Model." *American Economic Review,* Sept, 1968.

(7) Musgrave, R.A. *The Theory of Public Finance,* McGraw-Hill, 1959.

(8) Stein, J.L., "Neoclassical and Keynes-Wicksell Monetary Growth Models", *Journal of Money, Credit and Banking,* May, 1969.

(9) Turnovsky, S.J., *Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy,* Cambridge U.P. 1977.

(10) Tobin, J., "Money and Economic Growth", *Econometrica,* Oct. 1965.