<論　説>

トービンの q 理論と投資関数の理論：展望*

浅田　統一郎

目　次

I．はじめに

ジェームズ・トービンは，1969年に発表した有名な論文（参考文献〔20〕）の中で，企業の投資行動を q と呼ばれる変数に関連づけて説明しようとする，新しいタイプの投資関数を示唆した。トービンの定義によれば，

(1)　$q \equiv$（企業の株価の金融市場における評価価値）÷（企業の所有する資本ストックの再生産費用の財市場における評価価値）

であり，q が変動することにより――すなわち，企業の金融市場における評

価と財市場における評価が乖離することにより——投資の変動が誘発される，というのがトービンの基本的なアイデアであった。トービンは，次のように述べている。

「投資率，すなわち投資者がその率で資本ストックを増加させたいと望む速度は，もし何らかの変数に関係づけられるべきだとすれば，資本の再生産費用に対する資本価値の比率たる q に関係づけられるべきである。」（参考文献〔20〕p. 21より）

「q が1より大きければ，投資は資本減耗や正常な成長を超過してなされることになるであろうし，q が1より小さければ投資が減退することになる。」（参考文献〔23〕p. 238より）

このような投資関数——以下では q 投資関数と呼ぶことにする——は，次のように定式化できるであろう。

(2)　$I/K \equiv \Delta K/K = f(q)$；$f'(q) > 0$

ただし，Kは実質資本ストックであり，$I \equiv \Delta K$は純投資である。この式は，投資率（資本蓄積率）$I/K \equiv \Delta K/K$ が q の増加関数であることを表現している。

ところで，トービンの定式化以前にも，もちろん投資関数の理論は存在した。資本の限界効率(1)と利子率に基づくケインズ〔13〕の投資理論，加速度原理や資本ストック調整原理に基づく定式化，ジョルゲンソン〔11〕に代表されるいわゆる「新古典派」の投資理論，グールド〔5〕，ルーカス〔15〕，トレッドウェイ〔24〕，宇沢〔26〕等による「調整費用アプローチ」等は，その代表的なものである。

トービン自身は，q 投資関数を企業の最適化行動から明示的に導出したわけではないので，一見すると，トービンのアプローチと従来のアプローチの

関係は，必ずしも明らかではなかった。ところが，最近，吉川〔29〕，林〔7〕等によって，「調整費用アプローチ」に基づく投資理論から q 投資関数を導出できることが明らかにされた。これにより，q 投資関数に確固としたミクロ的基礎が与えられたことになる。

本稿の目的は，q 投資関数の理論的な展望を行なうことである。まず次節で，宇沢〔9〕，吉川〔29〕〔31〕に依拠しつつ，調整費用アプローチに基づく簡単なモデルを定式化して，q 投資関数を導出し，また，このアプローチがケインズの投資理論とも整合的であることを示す。第Ⅲ節では，宇沢〔26〕，林〔7〕のモデルに依拠して，q 投資関数をより一般的なフレームワークのもとで導出する。第Ⅳ節では，q 投資関数をめぐる主要な実証研究の諸結果を紹介する。ところで，トービンの q 理論は，単に企業の投資行動の説明のみを目的とするのではなく，「資産市場の一般均衡分析」という文脈の中で提出されたものであり，従って経済全体のワーキングに関するマクロ分析と深い関わりを持っている。そこで，第Ⅴ節で，トービン自身による q 理論に基づく IS・LM 分析の再構成を紹介し，q 理論をマクロ経済学の体系全体の中で位置づけてみることにする。第Ⅵ節は，結論的な要約にあてられる。

II. q 投資関数の導出——単純な場合

本節では，q 投資理論と調整費用アプローチに基づく宇沢〔9〕〔26〕の投資関数論の同値性を証明した吉川〔29〕〔31〕の議論を紹介するが，その前に，調整費用アプローチといわゆる「新古典派」投資理論の関係を簡単に述べておこう。

ジョルゲンソン〔11〕によって先鞭を付けられた「新古典派」の投資理論では，投資関数の導出にあたっていわば二段構えのアプローチが採用されていた。すなわち，純利潤の流列（net cash flow）の割引現在価値を最大化するという手続によってまず t 時点の「最適資本ストック」K_t^*が計算され，次に K_t^* と現実の資本ストック K_t の乖離を埋めるように投資がなされる，という

仮定によって投資関数が導出されたのである。このようにして計算された投資関数は，

(3)　$I_t \equiv \Delta K_t = \gamma_t(K_t^* - K_t)$；$\gamma_t > 0$

あるいは，より一般的には，

(4)　$I_t \equiv \Delta K_t = \sum_{\theta=0}^{T} \gamma_{t-\theta}(K_{t-\theta}^* - K_{t-\theta})$；$\gamma_{t-\theta} > 0$

と表わされる。ただし，ここで，γ_tは投資の調整速度であり，I_tはt時点の純投資である。

ところが，グールド〔5〕，宇沢〔27〕等が批判するように，このアプローチには論理的な欠陥がある。このアプローチは，望ましい資本ストック水準K_t^*と現実の資本ストック水準K_tが乖離することを許容するわけであるから，暗黙のうちに投資に伴う「調整費用」の存在を仮定していることになる。さもなければ，即座に望ましい資本ストックが達成できるはずだからである。ところが，投資の調整費用は，望ましい資本ストックの導出にあたって何の役割も果たしていない。従って，このアプローチは，望ましい投資量（資本ストックの変化の最適量）を論理的に導出することに失敗しているのである(2)。望ましい投資量を導出するためには，投資の調整費用を最初から明示的に導入して企業の最適化問題を定式化し直さなければならない。この場合，投資関数の導出は，二段階ではなく，「一段階」で行なわれることになる(3)。

以上のような観点から投資関数を導出しようとする試みが，グールド〔5〕，ルーカス〔15〕，トレッドウェイ〔24〕，宇沢〔26〕等によって開発された「調整費用」アプローチであり，このアプローチは，現在ではq投資関数のミクロ的基礎を与えている。

以下では，宇沢〔9〕，吉川〔29〕〔31〕に基づいて，最も単純な場合におけるq投資関数の導出プロセスを説明しよう。

企業が$I \equiv \Delta K$だけ実質資本ストックを増加させたとき，もし投資の調整費用が存在しないならば，企業の費用負担は$P_k I \equiv P_k \Delta K \equiv P_k g K$である（た

だし，$g \equiv I/K \equiv \Delta K/K$ であり，P_k は資本財の価格とする)。ところが，もし投資に伴う調整費用が存在するならば，企業の費用負担は，$P_k\varphi(g)K$ となるであろう。ただし，$\varphi(g)$ は投資の「調整費用関数」(adjustment cost function) であり，投資の調整費用が投資率 g に依存することを表現している。

宇沢〔9〕〔26〕，吉川〔29〕〔31〕に従い，調整費用関数の形状に関して次のような仮定を設けることにしよう。

(5) $\varphi(0)=0$，$\varphi'(g)>0$，$\varphi''(g)>0$，$\varphi'(0)=1$

厳密に言えば，投資に伴う調整費用 $C(g, P_k, K)$ は，

(6) $C(g, P_k, K)=\{\varphi(g)-g\}P_kK$

と表現できるから，(5)式の条件は，

(7) (i) $C(0, P_k, K)=0$

(ii) $\left.\dfrac{\partial C}{\partial g}\right|_{g=0}=\{\varphi'(0)-1\}P_kK=0$

(iii) $\left.\dfrac{\partial C}{\partial g}\right|_{g>0}=\{\varphi'(g)-1\}P_kK>0$

(iv) $\dfrac{\partial^2 C}{\partial g^2}=\varphi''(g)P_kK>0$

という条件と同値である。条件(7)(i)は，投資率 g がゼロの場合には調整費用がゼロになることを示している。条件(7)(ii)は，$g=0$ の状態から出発して g を微少1単位増加させても調整費用はゼロのままであることを意味している。条件(7)(iii)は，$g>0$ である場合に更に g を増加させれば調整費用も増加することを示している。条件(7)(iv)は，g が増加するにつれて調整費用が逓増的に増加することを意味している(4)。

以上の仮定のもとで，1回限りの投資 $I \equiv \Delta K$ の効果を考えてみよう。現在時点 ($t=0$) に企業が ΔK だけ資本ストックを増加させた場合，価格，資本収益率や利子率に関する静学的な期待を仮定すれば，利潤の割引現在価値

から投資費用を控除した企業のネット・キャッシュ・フローの割引現在価値Aは，次式で与えられる。

(8) $$\begin{aligned} A &\equiv \int_0^\infty rP_k(K+\Delta K)e^{-\rho t}dt-\varphi(g)P_kK \\ &=\int_0^\infty r(1+g)P_kKe^{-\rho t}dt-\varphi(g)P_kK \\ &=\left[-\frac{r(1+g)P_kK}{\rho}e^{-\rho t}\right]_{t=0}^{t=\infty}-\varphi(g)P_kK \\ &=\left\{\frac{r(1+g)}{\rho}-\varphi(g)\right\}P_kK \\ &\equiv A(g) \end{aligned}$$

ただし，ここで，rは資本ストック１単位当りの純収益率(資本純利潤率)(5)であり，ρは企業が使用する割引率である。企業が市場利子率を用いてネット・キャッシュ・フローを割引くものと仮定すれば，ρを市場利子率（あるいは株式収益率）と同一視することができる。

企業の最適投資率は，$A(g)$を最大化するgによって与えられる。

(9) $$A'(g)=\left\{\frac{r}{\rho}-\varphi'(g)\right\}P_kK$$

(10) $$A''(g)=-\varphi''(g)P_kK<0$$

であるから，$A(g)$ の最大化のための１階の条件 $A'(g)=0$ は，次式で与えられる(6)。

(11) $$\frac{r}{\rho}=\varphi'(g)$$

この式をgについて解けば，次のような投資関数を得る(7)。

(12) $$g=f\left(\frac{r}{\rho}\right);\ f'\left(\frac{r}{\rho}\right)>0,\ f(1)=0$$

この投資関数は，最適投資率が資本利潤率rの増加関数であり，かつ市場利子率ρの減少関数である，という常識的な結論を含意している。すなわち，

(13) $$g=g(r,\rho);\ \frac{\partial g}{\partial r}=f'/\rho>0,$$

$$\frac{\partial g}{\partial \rho}=-f'r/\rho^2<0$$

また，

(14) $$\left|\frac{\partial g}{\partial \rho}\right|=\frac{r}{\rho}\left|\frac{\partial g}{\partial r}\right| \gtreqless \left|\frac{\partial g}{\partial r}\right|$$

$$\Longleftrightarrow r\gtreqless\rho\Longleftrightarrow g\gtreqless 0$$ （複号同順）

であるから，$g>0$ であるような領域（すなわち，$r>\rho$ の領域）では，$\left|\frac{\partial g}{\partial \rho}\right|>\left|\frac{\partial g}{\partial r}\right|$ となる(8)。

ところで，この投資関数がトービンの q 理論に基づく投資関数と同値であることを，次のようにして示すことができる。

静学的な期待を仮定すれば，資本ストック K を保有する企業の市場価値（株価）V は，利潤の流列の割引現在価値として次式で与えられる。

(15) $$V=\int_0^\infty rP_kKe^{-\rho t}dt$$
$$=\left[-\frac{rP_kK}{\rho}e^{-\rho t}\right]_{t=0}^{t=\infty}$$
$$=\frac{rP_kK}{\rho}$$

従って，資本ストックの市場価値 P_kK に対する V の比率として定義されるトービンの q は，

(16) $$q\equiv\frac{V}{P_kK}=\frac{r}{\rho}$$

と表現することができる(9)。

(16)式を(12)式に代入すれば，q 投資関数

(17) $$g=f(q);\ f'(q)>0,\ f(1)=0$$

を得るのである。

また，この投資関数が投資の限界効率と利子率に基づくケインズ〔13〕の投資理論と整合的であることを，次のようにして示すことができる。

調整費用を含めた企業の投資支出は$\varphi(g)P_kK$であり，従って，投資支出を追加的にΔS単位増加させた場合には

(18)　$\Delta S=\varphi'(g)P_kK\cdot\Delta g$

となるから，その場合の実質投資の増加ΔIは，

(19)　$\Delta I=\Delta g\cdot K=\dfrac{1}{\varphi'(g)P_k}\Delta S$

となる。従って，投資支出を追加的にΔS単位増加させた場合の投資の限界効率mは，追加的な利潤の流列をその率で割引いて現在価値を計算すればちょうどΔSになる割引率として，次式で定義される。

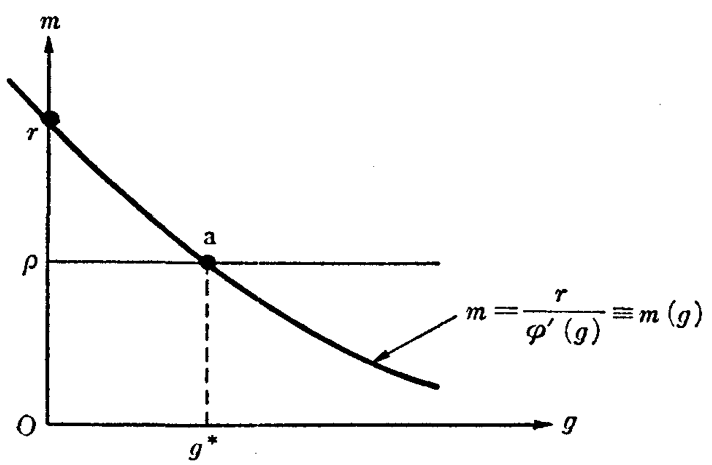
(20)　$$\int_0^\infty rP_k\Delta Ie^{-mt}dt$$
$$=\int_0^\infty\frac{r}{\varphi'(g)}\Delta Se^{-mt}dt=\Delta S$$

(20)式よりmを計算すれば，

(21)　$m=\dfrac{r}{\varphi'(g)}$

となる。$\varphi''(g)>0$であるから，mは投資率gの減少関数である（図１参照)。また，資本利潤率rが上昇（低下）すれば投資の限界効率表は上方（下方）へ

図１



シフトする。ケインズの投資理論は，投資の限界効率mと利子率ρが一致した図１のa点に対応するg^*によって最適投資率が決まる，というものであるが，そのための条件$m=\rho$を(21)式に代入して整理すれば，(11)式と同一の表現を得るのである(10)。

さて，今までは，既存の資本ストックに対する収益率rと新たな投資から得られる収益率（限界利潤率）$\tilde{r}$が一致すると暗黙のうちに仮定してきた。rと$\tilde{r}$が一致しない場合には，(8)式は，

$$(8)' \quad A \equiv \int_0^\infty \{rP_kK + \tilde{r}P_k\Delta K\}e^{-\rho t}dt - \varphi(g)P_kK$$
$$= \int_0^\infty (r+\tilde{r}g)P_kKe^{-\rho t}dt - \varphi(g)P_kK$$
$$= \left\{\frac{r+\tilde{r}g}{\rho} - \varphi(g)\right\}P_kK$$

となり，Aの最大化のための１階の条件(11)式は，次のように修正される。

$$(11)' \quad \frac{\tilde{r}}{\rho} = \varphi'(g)$$

ところで，新たに資本ストックをΔK増加させた場合の限界的な企業価値の増加ΔVは，

$$(15)' \quad \Delta V = \int_0^\infty \tilde{r}P_k\Delta Ke^{-\rho t}dt$$
$$= \frac{\tilde{r}P_k\Delta K}{\rho}$$

となるから，限界的$q(\tilde{q})$を次のように定義できる。

$$(16)' \quad \tilde{q} \equiv \frac{\Delta V}{P_k\Delta K} = \frac{\tilde{r}}{\rho}$$

利潤率rと限界利潤率$\tilde{r}$が一致しない場合は，(16)式で定義される平均的qと(16)′式で定義される限界的qは一致しない。(16)′式を(11)′式に代入することにより，$q \neq \tilde{q}$の場合には最適投資率が$\tilde{q}$に依存して決まることがわかる。すな

わち，

(17)′　$g=f(\tilde{q})$；$f'(\tilde{q})>0$，$f(1)=0$

以上の考察からわかるように，q の平均値と限界値が乖離する場合にも，依然として q 投資関数の基本的な論理はその有効性を失っていないのである。

III. q 投資関数の導出——一般的な場合

前節では，極度に単純化されたフレームワークのもとで，今期における「1回限り」の投資の効果を分析し，q 投資関数を導出した。しかし，実際には，投資は現在から将来にわたって連続的になされるから，真の投資理論は，企業の最適資本蓄積径路を決定し得る動学的なものでなければならない。本節では，動学的な最適化問題の観点から問題を再考察し，前節より一般的なフレームワークのもとで q 投資関数を導出する。

前節と同様に利潤率，利子率や資本財価格に関する静学的な期待を仮定すれば，企業の直面する動学的な最適化問題は，次のように定式化される(11)。

制約条件

(22)　$\dot{K}(t)=g(t)K(t)$，$K(0)=K_0=$一定

のもとで，企業のネット・キャッシュ・フローの割引現在価値

(23)　$\int_0^{\infty}\{r-\varphi(g(t))\}P_kK(t)e^{-\rho t}dt$

を最大化する投資率 $g(t)$ の時間径路を求めよ。

この問題は，いわゆるポントリャーギンの最大値原理（Pontryagin's maximum principle)を用いて解くことができる。そのための手続を以下に説明することにしよう(12)。

まず，「ハミルトン関数」(Hamiltonian function) $H_t(g(t),\ K(t),\ y(t),\ t)$ を次のように定義する。

(24) $H_t(g(t),\ K(t),\ y(t),\ t)$
$$\equiv\{r-\varphi(g(t))\}P_k K(t)e^{-\rho t}+y(t)g(t)K(t)$$

ただし，$y(t)$は「補状態変数」(costate variable) である(13)。

(25) $\lambda(t)\equiv y(t)e^{\rho t}$

と定義すれば，(24)式を次のように書き直すことができる。

(26) $H_t(g(t),\ K(t),\ \lambda(t)e^{-\rho t},\ t)$
$$\equiv[\{r-\varphi(g(t))\}P_k+\lambda(t)g(t)]K(t)e^{-\rho t}$$

このとき，(23)式の最大化のための一組の必要条件は，次式によって与えられる(14)。

(27) (i) $\max\limits_{g(t)} H_t(g(t),\ K(t),\ \lambda(t)e^{-\rho t},\ t)$ for all $t\geqq 0$

(ii) $\dot{y}(t)\equiv(\lambda(t)e^{-\rho t})^{\bullet}=-\dfrac{\partial H_t}{\partial K(t)}$ for all $t\geqq 0$

(iii) $\lim\limits_{t\to\infty} y(t)\equiv\lim\limits_{t\to\infty}(\lambda(t)e^{-\rho t})=0$

(27)(i)は，ハミルトン関数 H_t の値を最大化するように各時点の投資率 $g(t)$ が決められなければならないことを示している。(27)(ii)は，補状態変数がその制御に服さなければならない微分方程式である。(27)(iii)は,「横断条件」(transversaility condition) と呼ばれる。

これらの条件から，各時点の最適投資率を導出することにしよう。以下では，表記法を簡略化するために，時点を表わす t を省略する。

(28) $\dfrac{\partial H}{\partial g}=\{-\varphi'(g)P_k+\lambda\}Ke^{-\rho t}$

(29) $\dfrac{\partial^2 H}{\partial g^2}=-\varphi''(g)P_k K e^{-\rho t}<0$

であるから，(27)(i)のための1階の条件$\partial H/\partial g=0$は，次式で表わされる。

(30) $\lambda=\varphi'(g)P_k$ for all $t\geqq 0$

また，(27)(ii)式は，

(31) $\dot{\lambda}e^{-\rho t}-\lambda\rho e^{-\rho t}$
$=-[\{r-\varphi(g)\}P_k+\lambda g]e^{-\rho t}$

あるいは，

(32) $\dot{\lambda}=(\rho-g)\lambda-\{r-\varphi(g)\}P_k$

と書き直せる。(30)式を(32)式に代入して整理すれば，単一の変数gを含む次のような微分方程式を得る。

(33) $\dot{g}=\dfrac{1}{\varphi''(g)}[(\rho-g)\varphi'(g)-\{r-\varphi(g)\}]$
$\equiv F(g)$

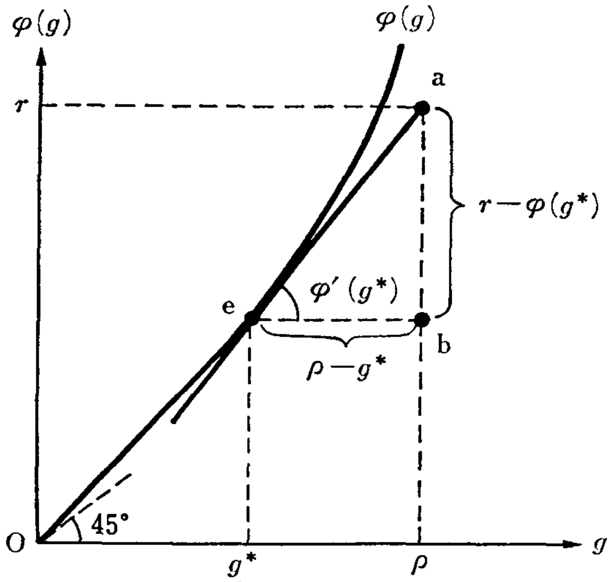
(33)式の定常解（$\dot{g}=0$を成立させる解）g^*は，次の条件によって特徴づけられる(15)。

(34) $\dfrac{r-\varphi(g^*)}{\rho-g^*}=\varphi'(g^*)$

今，$\rho>\bar{g}>g^*$であると仮定しよう。ただし，$\bar{g}$は技術的に可能な投資率の上限である。このとき，(34)式をもたらすg^*を各時点で維持することが最適な政策であることを実際に示すことができる（厳密な証明については，付録Aを参照されたい)。静学的な期待を仮定した場合に毎期一定の投資率を維持する政策が最適になることは，直観的には当然予想されることであり，事実この予想は正しいのである。

最適条件(34)式は宇沢〔26〕によって導出されたものであるが，宇沢〔26〕は，この条件を満たすg^*を図2のようなグラフによって表現した。すなわち，座

図 2



標が利子率 ρ と利潤率 r である a 点から調整費用関数への接線を引き，接点 e に対応する g^* が最適投資率になるのである。図 2 から容易に推察されるように，g^* は r の増加関数かつ ρ の減少関数であるから，投資関数を次のように表現することができる。

(35) $g^*=g^*(r,\ \rho);\ \dfrac{\partial g^*}{\partial r}>0,\ \dfrac{\partial g^*}{\partial \rho}<0$

ところで，吉川〔29〕は，この投資関数を q 理論によって再解釈した。以下にその議論を要約しよう。

企業が時間を通じて投資率を g^* に固定した場合の時点 t における企業価値 $V(t)$ は，

(36)
$$\begin{aligned}V(t)&=\int_t^{\infty}\{r-\varphi(g^*)\}P_kK(s)e^{-\rho(s-t)}ds\\&=\int_t^{\infty}\{r-\varphi(g^*)\}P_kK(t)e^{-(\rho-g^*)(s-t)}ds\\&=\left[-\frac{\{r-\varphi(g^*)\}P_kK(t)}{\rho-g^*}e^{-(\rho-g^*)(s-t)}\right]_{s=t}^{s=\infty}\\&=\frac{r-\varphi(g^*)}{\rho-g^*}P_kK(t)\end{aligned}$$

となるから，トービンのqは，

(37)　$$q \equiv \frac{V(t)}{P_k K(t)} = \frac{r-\varphi(g^*)}{\rho - g^*}$$

となる。従って，最適条件(34)式を

(38)　$$q=\varphi'(g^*)$$

と書き直すことができ，調整費用関数に関する仮定(5)式を考慮すれば，投資関数を

(39)　$$g^*=f(q);\ f'(q)>0,\ f(1)=0$$

と表現することができるのである。

今までは，r, ρ, P_k に関する企業家の期待が静学的であることを仮定してきた。その結果，時間を通じてgを一定値に維持するという投資関数が導出されたのであるが，静学的な期待という仮定は，問題を単純化するために役立つとはいえ，あまりにも特殊な仮定である。そこで，次に，$r(t)$, $\rho(t)$, $P_k(t)$ が可変的である場合（ただし，これらの変数の時間径路に関する予想は与えられているものとする）に果たしてq投資関数の論理が妥当するかどうかを検討しよう(16)。

$r(t)$, $\rho(t)$, $P_k(t)$ が可変的である場合には，目的汎関数(23)式は，以下のように修正されなければならない。

(23)′　$$\int_0^\infty \{r(t)-\varphi(g(t))\}P_k(t)\ K(t)e^{-\int_0^t \rho(\tau)d\tau}dt$$

それに伴い，(24)式〜(27)式は，それぞれ以下のように修正されなければならない。

(24)′　$$H_t(g(t),\ K(t),\ y(t),\ t)$$
$$\equiv\{r(t)-\varphi(g(t))\}P_k(t)K(t)e^{-\int_0^t \rho(\tau)d\tau}+y(t)g(t)K(t)$$

(25)′　$$\lambda(t)\equiv y(t)e^{\int_0^t \rho(\tau)d\tau}$$

(26)′　$$H_t(g(t),\ K(t),\ \lambda(t)e^{-\int_0^t \rho(\tau)d\tau},\ t)$$

$$\equiv[\{r(t)-\varphi(g(t))\}P_k(t)+\lambda(t)g(t)]\,K(t)e^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau}$$

(27)′ (i) $\max_{g(t)} H_t(g(t),\ K(t),\ \lambda(t)^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau},\ t)$ for all $t\geqq 0$

(ii) $$\dot{y}(t)\equiv\frac{d}{dt}(\lambda(t)e^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau})$$

$$=-\frac{\partial H_t}{\partial K(t)}\ \text{for all}\ t\geqq 0$$

(iii) $$\lim_{t\to\infty} y(t)=\lim_{t\to\infty}(\lambda(t)e^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau})$$

$$=0$$

(27)′(i)のための１階の条件 $\partial H_t/\partial g(t)=0$ は，次式で表わされる。

(30)′ $$\frac{\lambda(t)}{P_k(t)}=\varphi'(g(t))\ \text{for all}\ t\geqq 0$$

我々は，(30)′式の左辺が時点 t におけるトービンの q に他ならないことを，一定の仮定のもとで示すことができる。

(27)′(ii)式は，

(40) $$\frac{d}{dt}(\lambda(t)e^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau})$$

$$=-[\{r(t)-\varphi(g(t))\}P_k(t)+\lambda(t)g(t)]\,e^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau}$$

あるいは，(25)′式を考慮すれば，

(41) $$\dot{y}(t)+g(t)y(t)$$

$$=-\{r(t)-\varphi(g(t))\}P_k(t)e^{-\int_0^t\rho(\tau)d\tau}$$

となる。この式の両辺に $e^{\int_0^t g(\tau)d\tau}$ をかけて整理すれば，次式を得る。

(42) $$\frac{d}{dt}(y(t)e^{\int_0^t g(\tau)d\tau})$$

$$=-\{r(t)-\varphi(g(t))\}P_k(t)e^{\int_0^t\{g(\tau)-\rho(\tau)\}d\tau}$$

この式を時間で積分すれば,

(43) $\lim_{s\to\infty} y(s)e^{\int_0^s g(\tau)d\tau}-y(t)e^{\int_0^t g(\tau)d\tau}$

$$=-\int_t^\infty\{r(s)-\varphi(g(s))\}P_k(s)e^{\int_0^s\{g(\tau)-\rho(\tau)\}d\tau}ds$$

という式を得る。

(27)′(iii)式により $\lim_{s\to\infty} y(s)=0$ であることは保証されているが，更に,

(44) $\lim_{s\to\infty} y(s)e^{\int_0^s g(\tau)d\tau}=0$

であると仮定しよう。このとき，(25)′式を(43)式に代入して整理すれば，次式を得る。

(45) $\lambda(t)=\int_t^\infty\{r(s)-\varphi(g(s))\}\,P_k(s)e^{\int_t^s\{g(\tau)-\rho(\tau)\}d\tau}ds$

ところで，$s\geqq t$ について

(46) $K(s)=K(t)e^{\int_t^s g(\tau)d\tau}$

である(17)ことを考慮すれば，(45)式より,

(47) $\lambda(t)K(t)$

$$=\int_t^\infty\{r(s)-\varphi(g(s))\}P_k(s)K(s)e^{-\int_t^s\rho(\tau)d\tau}ds$$

という式を得る。

(47)式の右辺は時点 t における企業価値 $V(t)$ であるから，時点 t におけるトービンの q を次のように定義できる。

(48) $q(t)\equiv\dfrac{V(t)}{P_k(t)K(t)}=\dfrac{\lambda(t)K(t)}{P_k(t)K(t)}\equiv\dfrac{\lambda(t)}{P_k(t)}$

従って，(30)′式と(48)式より,

(49)　$q(t)=\varphi'(g(t))$

という関係を得るが，この式は，周知の q 投資関数

(50)　$g(t)=f(q(t))$；$f'(q(t))>0$，$f(1)=0$

を含意するのである(18)。

以上の説明からも明らかなように，q 投資理論は極めて一般性を持った理論である。すなわち，投資決定に必要なすべての情報が q という単一の変数の中に含まれているのである。

ところで，林〔7〕は，(a)生産関数および調整費用関数 $\Psi(I,K)$ が一次同次であり，かつ(b)企業が完全競争的（プライス・テイカー）である場合に限り限界的 q と平均的 q が一致し，もし企業が不完全競争企業（右下がりの需要曲線に直面し，プライス・メーカーとして振舞う）であれば，限界的 q が平均的 q を下回ることを示した。また，彼は，限界的 q と平均的 q が乖離した場合に投資決定に必要な情報は限界的 $q(\bar{q})$ であることをも極めて一般的なフレームワークのもとで証明した。

(50)式の右辺に現われる $q(t)$ は，定義(48)式からわかるように，平均的 q として解釈できる。そこで，このモデルでは，前述の条件(a)および(b)が暗黙のうちに仮定されていることになる。事実，生産関数が一次同次で企業がプライス・テイカーならば，資本利潤率 $r(t)$ の予想径路は企業にとって所与となり，また，調整費用関数 $\Psi(I,K)$ が一次同次ならば，$\Psi(I,K)=\Psi(I/K,\ 1)K\equiv\varphi(I/K)K\equiv\varphi(g)K$ という形に調整費用関数を書くことができるのである。

IV．q 理論の実証結果

q 理論に関する実証研究としては，アメリカ合衆国に関してはフルステンバーグ〔4〕および林〔7〕の研究，日本については米沢〔28〕の研究，イギリスについてはオールトン〔18〕の研究が代表的なものである。

表1，表2および表3はそれぞれ，アメリカ合衆国，日本，イギリスに関

する q および投資率の計測結果である。

表1は，林〔7〕から採ったが，ただし，q についてのデータは，フルステンバーグ〔4〕の計測結果の再録である。ここで，q は平均的 q を示し，$\tilde{q}_m$ は，利潤税や投資のための税控除を考慮して計算された「修正された限界的 q」(modified marginal q) である。$\tilde{g}$ は，我々が本稿の理論モデルで用いた純投資率 g ではなく，調整費用，減価償却費を含めた総投資支出の資本スト

表1　アメリカ合衆国における戦後の q，$\tilde{q}_m$，および $\tilde{g}$

年	q	$\tilde{q}_m$	$\tilde{g}$
1953	0.596	0.559	0.136
1954	0.587	0.515	0.128
1955	0.711	0.680	0.137
1956	0.774	0.783	0.143
1957	0.727	0.718	0.139
1958	0.674	0.624	0.115
1959	0.807	0.822	0.121
1960	0.842	0.859	0.126
1961	0.853	0.859	0.122
1962	0.954	1.036	0.131
1963	0.898	0.956	0.132
1964	1.009	1.174	0.141
1965	1.062	1.268	0.160
1966	1.116	1.363	0.167
1967	0.919	1.058	0.152
1968	0.949	1.121	0.151
1969	0.979	1.162	0.152
1970	0.789	0.888	0.136
1971	0.761	0.875	0.131
1972	0.794	0.959	0.137
1973	0.869	1.094	0.146
1974	0.753	0.933	0.135
1975	0.581	0.704	0.110
1976	0.623	0.800	0.114

〔出所〕　林〔7〕。ただし，q についてのデータは，フルステンバーグ〔4〕の計測結果。

表2　日本における平均的 q および $\tilde{g}$

年	q	$\tilde{g}$
1965	1.081	
1966	1.136	0.150
1967	1.048	0.237
1968	1.107	0.216
1969	1.148	0.266
1970	1.041	0.254
1971	1.119	0.185
1972	1.372	0.184
1973	1.139	0.287
1974	0.957	0.220
1975	1.016	0.086
1976	1.048	0.096
1977	1.065	0.079
1978	1.150	0.087
1979	1.149	0.155

〔出所〕　米沢〔28〕。

表 3　イギリスにおける平均的 q および GI/K

年	q	GI/K	年	q	GI/K
1960：4	1.641	0.031	2	1.270	0.023
1961：1	1.839	0.029	3	1.242	0.023
2	1.698	0.031	4	1.322	0.025
3	1.538	0.031	1970：1	1.210	0.022
4	1.564	0.032	2	1.008	0.023
1962：1	1.534	0.025	3	1.052	0.022
2	1.294	0.027	4	0.969	0.024
3	1.321	0.026	1971：1	0.897	0.020
4	1.383	0.026	2	0.959	0.021
1963：1	1.645	0.022	3	1.070	0.020
2	1.595	0.022	4	1.136	0.021
3	1.617	0.022	1972：1	1.223	0.019
4	1.738	0.025	2	1.163	0.020
1964：1	1.663	0.024	3	1.076	0.019
2	1.576	0.026	4	1.065	0.022
3	1.632	0.027	1973：1	0.945	0.021
4	1.481	0.029	2	1.159	0.020
1965：1	1.498	0.026	3	1.139	0.021
2	1.174	0.025	4	0.968	0.023
3	1.230	0.025	1974：1	0.690	0.020
4	1.315	0.027	2	0.617	0.020
1966：1	1.529	0.024	3	0.545	0.020
2	1.428	0.023	4	0.487	0.022
3	1.189	0.023	1975：1	0.694	0.016
4	1.155	0.024	2	0.713	0.015
1967：1	1.099	0.022	3	0.716	0.015
2	1.181	0.022	4	0.806	0.016
3	1.288	0.020	1976：1	0.828	0.012
4	1.303	0.021	2	0.753	0.013
1968：1	1.516	0.020	3	0.615	0.014
2	1.506	0.021	4	0.727	0.014
3	1.537	0.021	1977：1	0.771	0.013
4	1.642	0.025	2	0.878	0.013
1969：1	1.473	0.021			

〔出所〕 オールトン〔18〕。データは，各年の 4 半期毎の数字。

ックに対する比率である。すなわち，本稿のモデルのフレームワークに即して$\tilde{g}$を定義すれば，

$$(51)\quad \tilde{g}(t)\equiv\frac{\varphi(g(t))P_k(t)K(t)+\delta(t)P_k(t)K(t)}{P_k(t)K(t)}$$
$$\equiv\varphi(g(t))+\delta(t)$$

となる。ただし，ここで，$\delta(t)$はt時点の資本減耗率（減価償却率）である。もちろん，本稿のモデルでは，$\tilde{g}(t)$は$g(t)$の増加関数になるから，$g(t)$のみならず$\tilde{g}(t)$も$\tilde{q}(t)$の増加関数になる。すなわち，

$$(52)\quad \tilde{g}(t)=\varphi(f(\tilde{q}(t)))+\delta(t);\ \frac{\partial\tilde{g}(t)}{\partial\tilde{q}(t)}=\varphi'\cdot f'>0$$

ところで，本稿で紹介した理論モデルの分析は一企業の投資行動に関するものであるが，同様の投資関数が国民経済全体についても成立することが期待される。たとえば，林〔7〕は，表１のデータに最小２乗法を適用して，1953年～1976年のサンプル期間におけるアメリカ合衆国の投資関数を(52)式のような形で計測し，次の結果を得た。

$$(53)\quad \tilde{g}(t)=\underset{(0.084)}{0.098}+\underset{(0.0912)}{0.423}\tilde{q}_m(t);\ D.W.=0.43,\ R^2=0.46$$

ただし，ここで，$D.W.$はダービン＝ワトソン比，R^2は決定係数であり，括弧内の値はt値である。

表２は，米沢〔28〕から採った。米沢〔28〕は，このデータをもとに，1965年～1979年のサンプル期間における日本の投資関数を最小２乗法によって計測し，次の結果を得た。

$$(54)\quad \tilde{g}(t)=-0.400+\underset{(3.73)}{0.618q(t-1)}-\underset{(-1.27)}{0.069\dot{p}_L(t-1)}$$
$$;\ D.W.=0.666,\ R^2=0.562$$

ただし，ここで，$q(t-1)$は時点$(t-1)$の平均的qであり，$\dot{p}_L(t-1)$は，時点$(t-1)$の土地の実質価格P_Lを表わす指標である。

表3は，オールトン〔18〕から採った。ここで，GI/Kは，粗投資率（我々の記号では，$g(t)+\delta(t)$）であり，データは，各年の4半期毎の数字である[19]。

ところで，林〔7〕および米沢〔28〕の計測結果（(53)式および(54)式）においては，一応q投資関数を支持する結果が得られてはいるものの[20]，ダービン＝ワトソン比および決定係数が異常に低い値を示している。ダービン＝ワトソン比が2よりかなり低いということは，誤差項に非常に強い正の系列相関が存在することを意味し，決定係数が1よりかなり低いということは，回帰式の説明力が非常に弱いということを示している。すなわち，$\tilde{g}(t)$を今期または前期の限界的qのみに関係づけて説明する投資関数のパーフォーマンスは，実証的にはあまり芳しくないのである。

なお，別の論者，たとえばフルステンバーグ〔4〕は，投資率$g(t)$が現在のqのみならず過去のqの時系列にも依存するような定式化

$$(55)\quad g(t)=\sum_{\theta=0}^{T}\beta_{t-\theta}\, q(t-\theta)+\alpha$$

を用いて投資関数の推定を試みているが，このような形の投資関数は，本稿で紹介したタイプの単純な理論モデルと整合的ではない。本稿で紹介したモデルによれば，今期の投資率は今期の（限界的）qのみによって決定されるからである。いわば，今期の限界的qの中に，将来の収益性に関する予想をはじめとして，今期の投資率の決定にとって必要なすべての情報が含まれているのである。

投資関数に過去のqや，qとは独立に現在や過去の利潤率や利子率を含めれば，投資関数の計量的な説明力は高まるのであるが，このような投資関数は，本稿で紹介されたq投資関数に関する理論モデルとは明らかに矛盾するのである。かくして，「q投資関数がソリッドなミクロ経済学的基礎づけを持つにもかかわらず，このように実証分析においてそのパーフォーマンスが必ずしもすぐれないのはいったいなぜかという疑問は残るのである」（吉川〔31〕p. 150より）。

この疑問に対する一つの理論的解答は，植田＝吉川〔25〕によって提出さ

れた。植田＝吉川〔25〕は，理論モデルに不確実性および投資財の引渡しラグを明示的に導入すれば，投資率が現在の限界的 q のみならず過去の限界的 q にも依存し，また，それとは独立に現在および過去の利潤率や利子率によっても影響を受けることを示した。この結果は，(55)式のようなタイプの投資関数を支持する理論的根拠を提供していると言えよう。

V. q 理論による IS・LM 分析の再構成――トービンのアプローチ

前節までの叙述は，q 投資関数の理論的説明および代表的な計測結果の説明に費やされてきた。本節では少し視点を変えて，マクロ経済理論全体のフレームワークの中に q 理論を位置づけてみることにしよう。

この目的にとって最も有効な方法は，トービン自身によって試みられた q 理論による IS・LM 分析の再構成を紹介することであろう。トービン〔20〕は，q 理論を提起した初期の論文として有名であるが，その論文の主要な目的は，そのタイトルが示すとおり，資産市場の一般均衡分析のためのフレームワークを構築することであり，q 理論は，むしろその過程における副産物とでも言うべきものであったように思われる。

トービン〔20〕による資産市場の一般均衡分析のためのフレームワークは，最も一般的な形態で示せば，以下のように定式化される。

第 j 経済主体の第 i 資産に対する実質需要関数 F_{ij} は，

(56)　$F_{ij}(\rho_1,\ \rho_2,\ \cdots,\ \rho_n,\ Y_j,\ W_j)$

という関数で示される。ただし，ρ_i は第 i 資産の実質収益率 $(i=1, 2, \cdots, n)$ であり，Y_j は第 j 経済主体の実質所得，W_j は第 j 経済主体が保有する資産の実質総額である。

物価水準を P とすれば，経済主体 j の資産に関する予算制約式は，

(57)　$P\sum_{i=1}^{n}F_{ij}\equiv PW_j$

あるいは，両辺を P で割って

$$(58)\quad \sum_{i=1}^{n} F_{ij} \equiv W_j$$

と書ける。従って，各変数の変動に対する経済主体の反応に関して，次の恒等式が得られる。

$$(59)\quad \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F_{ij}}{\partial \rho_k} \equiv 0 \quad (k=1, 2, \cdots, n)$$

$$(60)\quad \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F_{ij}}{\partial Y_j} \equiv 0$$

$$(61)\quad \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F_{ij}}{\partial W_j} \equiv 1$$

以上の準備を前提としたうえで，すべての資産市場で需給が一致するための条件（資産市場の一般均衡条件）を次のように書くことができる。

$$(62)\quad F_i(\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_n, Y_1, Y_2, \cdots, Y_m, W_1, W_2, \cdots, W_m) = W^i \quad (i=1, 2, \cdots, n)$$

ただし，ここで，

$$(63)\quad F_i \equiv \sum_{j=1}^{m} F_{ij}$$

であり，W^i は第 i 資産の実質供給量である。

経済全体の資産総額は各主体の資産保有額の合計に等しいから，次式が恒等的に成立する。

$$(64)\quad \sum_{i=1}^{n} W^i \equiv \sum_{j=1}^{m} W_j$$

(58)式を j について集計し，(63)式と(64)式を考慮すれば，次式が恒等的に成立することがわかるが，これが資産市場におけるいわゆる「ワルラス法則」(Walras law) に他ならない。

$$(65)\quad \sum_{i=1}^{n} F_i \equiv \sum_{i=1}^{n} W^i$$

この式は，n個の方程式群を構成する(62)式において，独立な方程式はたかだか$(n-1)$個であることを意味している。従って，Y_j，W_jおよびW^iを所与と仮定しても，連立方程式(62)式は，n種類の資産の実質収益率を決定することができず，たかだか$(n-1)$種類の資産の実質収益率を決定することができるに過ぎない。ところで，n種類の資産のうちの1つが貨幣であるとすれば，貨幣の実質収益率ρ_Mは，次式で定義される。

(66)　$\rho_M \equiv \rho'_M - \pi^e$

ここで，ρ'_Mは貨幣の名目収益率であり，π^eは期待物価上昇率である。ρ'_Mは通常慣習ないし法律によって一定の値（通常はゼロ）に固定されている。従って，π^eが所与ならば，ρ_Mは所与になる。この想定のもとでは，方程式体系(62)式は，残りの$(n-1)$種類の資産の均衡実質収益率を決定することができるのである。

もちろん，この方程式体系は，資産市場のみによって構成された「部分体系」に過ぎない。Y_jやW_jやW^iをも内生的に決定するためには，資産市場とその他の市場（財市場，労働市場等）の相互連関関係を明示的に考慮する必要がある。

ヒックス〔8〕によって開発されたいわゆるIS・LM分析は，財市場と資産市場の相互連関を均衡論的な枠組の中で印象的に示した，簡略化された一般均衡モデルである。一方，トービン〔20〕は，前述の資産市場の一般均衡アプローチをマクロ・モデルに適用し，IS・LM分析の再構成を試みた。その際，変数qが資産（ストック）市場と財（フロー）市場を結ぶ連結環として重要な役割を果たしている。

トービンは，貨幣・公債・株式という3資産から成るモデルを考察しているが，最も単純な場合には，公債と株式を完全な代替財とみなし，一括して「債券」(bond) と呼ぶことにすれば，このモデルは事実上2資産モデルに還元される。この2資産モデルへの集計は，標準的なIS・LM分析で暗黙のうちになされているものであり，トービン〔20〕によって提出されているいく

つかのモデルのうちの１つも，このアプローチに基づいている。

２資産モデルにおける資産市場の均衡条件は，次のように定式化される。

(67) $F_1(\rho, \rho_M, Y, W) = qK$

(68) $F_2(\rho, \rho_M, Y, W) = M/P$

ただし，F_1は経済全体の集計的な債券需要関数，F_2は貨幣需要関数（ただし，いずれも実質表示）であり，各変数の意味は，次のとおりである。

ρ＝実質債券利子率，ρ_M＝実質貨幣利子率，Y＝実質国民所得，
W＝実質資産残高，K＝実質資本ストック，M＝名目貨幣供給量，
P＝物価水準。

qは，もちろん「トービンの平均的q」であり，債券価値の資本ストック価値に対する乖離度を示す。従って，qKは債券の実質供給量を示す。また，定義により，

(69) $W \equiv qK + M/P$

という恒等式が成立する。

トービンに従い，F_1およびF_2がYとWに関する一次同次関数であると仮定すれば，(67)式と(68)式を

(67)′ $f_1(\rho, \rho_M, Y/W)W = qK$

(68)′ $f_2(\rho, \rho_M, Y/W)W = M/P$

という形にそれぞれ書くことができる。また，資産市場のワルラス法則により，

(70) $f_1 + f_2 \equiv 1\ (f_1 > 0,\ f_2 > 0)$

という恒等式が成立する。この式は，(67)′式と(68)′式のうちいずれか一方が成立すれば他方の式も自動的に成立することを示している。従って，我々は，

たとえば(68)′式のみで資産市場の均衡条件を記述することができる。

トービンは，(68)′式における貨幣需要関数の性質を次のように仮定している。

(71)　(i)　$\partial f_2/\partial \rho < 0$

(ii)　$\partial f_2/\partial \rho_M > 0$

(iii)　$0 < \dfrac{\partial(f_2W)}{\partial Y} \cdot \dfrac{Y}{f_2W} = \dfrac{\partial f_2}{\partial(Y/W)} \cdot \dfrac{(Y/W)}{f_2} \leqq 1$ (21)

(71)(iii)式は，実質貨幣需要f_2Wは実質国民所得Yの増加関数であるが，f_2WのYに対する弾力性は1以下であることを示している。なお，静学的な期待を仮定すれば，

(72)　$\rho = r/q$

という関係が成立し（(16)式参照），期待物価上昇率π^eが所与ならば貨幣の実質収益率ρ_Mは所与になる。以下では，ρ_Mは所与である（$\rho_M = \bar{\rho}_M$）と仮定する。また，実物資本ストックの実質収益率（実質利潤率）rはY/Kの非減少関数である（$r'(Y/K) \geqq 0$）と仮定しよう。

(69)式と(72)式を(68)′式に代入して整理すれば，貨幣市場の均衡条件を次のように書くことができる。

(73)　$f_2\left(\dfrac{r(y)}{q},\ \bar{\rho}_M,\ \dfrac{y}{q+m/P}\right)(q+m/P) = m/P$

ただし，ここで，$y \equiv Y/K$，$m \equiv M/K$である。(73)式は，P，m，yを所与とすれば資産市場を均衡させるqが内生的に決まることを示している。yとqに関してこの式を全微分し，$q+m/P \equiv w$と置けば，次式を得る。

(74)
$$\left\{\frac{\partial f_2}{\partial \rho} \cdot \frac{1}{q} r'(y) w + \frac{\partial f_2}{\partial(Y/W)}\right\} dy$$
$$= \left\{\frac{\partial f_2}{\partial \rho} \cdot \frac{r}{q^2} w + \left(\frac{\partial f_2}{\partial(Y/W)} \cdot \frac{Y}{W} - f_2\right)\right\} dq$$

ここで，(71)式の仮定より，

$$(75)\quad B_1 \equiv \underset{(-)}{\frac{\partial f_2}{\partial \rho}} \cdot \frac{1}{q} \underset{(+\text{or}\,0)}{r'(y)} w + \underset{(+)}{\frac{\partial f_2}{\partial (Y/W)}}$$

$$(76)\quad B_2 \equiv \underset{(-)}{\frac{\partial f_2}{\partial \rho}} \cdot \frac{r}{q^2} w + \underbrace{\left(\frac{\partial f_2}{\partial (Y/W)} \cdot \frac{Y}{W} - f_2\right)}_{(-\text{or}\,0)} < 0$$

となる。$r'(y)$があまり大きくなければ，$B_1 > 0$ となる。以下では，r の y に対する感応度が十分に小さく，$B_1 > 0$ が成立することを仮定しよう。このとき，資産市場を均衡させる y と q の軌跡の傾きは，

$$(77)\quad \left.\frac{dq}{dy}\right|_{f_2 W = M/P} = \frac{B_1}{B_2} < 0$$

となる。この軌跡を「LM曲線」と呼ぶことにしよう。容易に確かめられるように，LM曲線の右方では貨幣市場は超過需要（$f_2 W > M/P$）であり，LM曲線の左方では貨幣市場は超過供給（$f_2 W < M/P$）である（図3参照)。

次に，パラメーターとしての資本ストック１単位当りの実質貨幣残高 $m/P \equiv M/(PK)$ が変化した場合にこの曲線がどのようにシフトするかを考えてみよう。(73)式において，q を一定として y と m/P に関して全微分し，さらに(70)式を考慮すれば，

$$(78)\quad \underset{(+)}{B_1} dy = \left\{ \underbrace{(1 - f_2)}_{(+)} + \underset{(+)}{\frac{\partial f_2}{\partial (Y/W)}} \cdot \frac{Y}{W} \right\} d(m/P)$$

となるから，

$$(79)\quad \left.\frac{dy}{d(m/P)}\right|_{\substack{f_2 W = M/P \\ q = \text{一定}}} > 0$$

という結果を得る。すなわち，m/P が増加した場合には，LM 曲線全体が右方へシフトするのである（図4参照)。

次に，財市場における均衡条件を示すIS曲線を導入しよう。財市場の均

図3

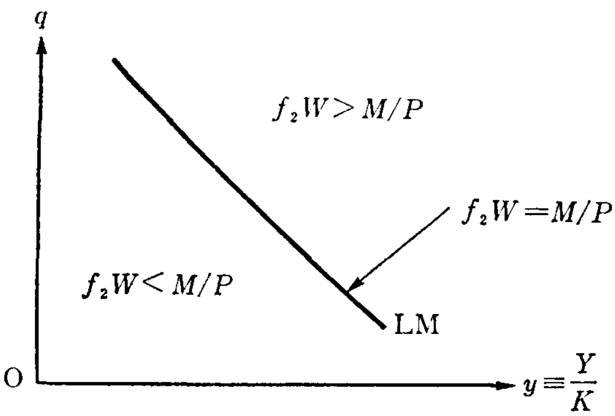
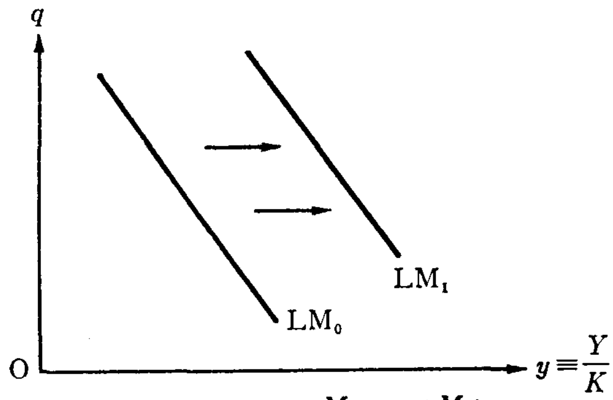


図4



$\left(\frac{M}{PK}\right)_0 < \left(\frac{M}{PK}\right)_1$

衡条件は，次式で表わされる(22)。

(80)　$Y = C + I + G$

$$\equiv c(1-t)Y + C_0 + I + G;\quad 0 < c < 1,\quad 0 < t < 1$$

ただし，ここで，c は可処分所得からの限界消費性向，t は限界所得税率を示し，C_0 は基礎的消費支出，I は実質民間投資，G は実質政府支出である。(80)式の両辺を K で割れば，

(81)　$y = c(1-t)y + c_0 + f(q) + h$

となる。ここで，$f(q) \equiv I/K$ は q 投資関数であり，$c_0 \equiv C_0/K$，$h \equiv G/K$ である。この式を y と q に関して全微分すれば

図 5

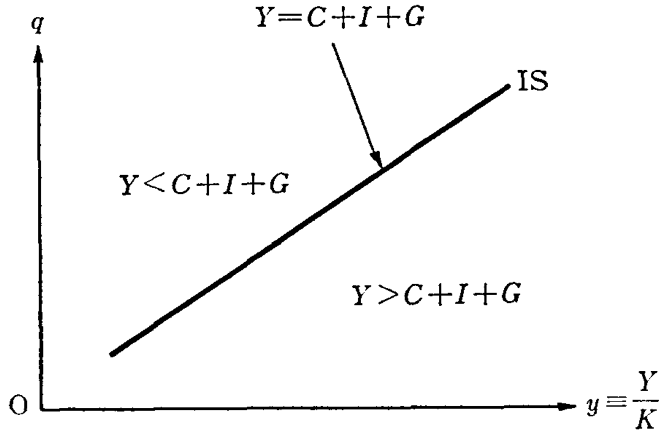

q
Y=C+I+G
IS
Y<C+I+G
Y>C+I+G
O
y≡Y/K

図 6

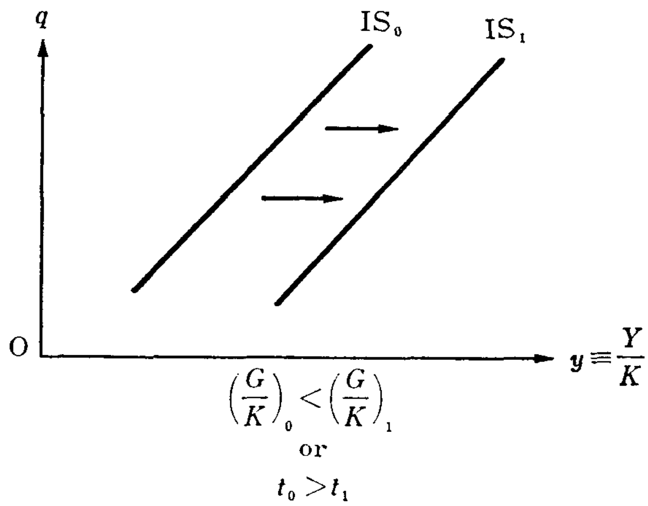

q
IS0
IS1
O
y≡Y/K
(G/K)0<(G/K)1
or
t0>t1

図 7

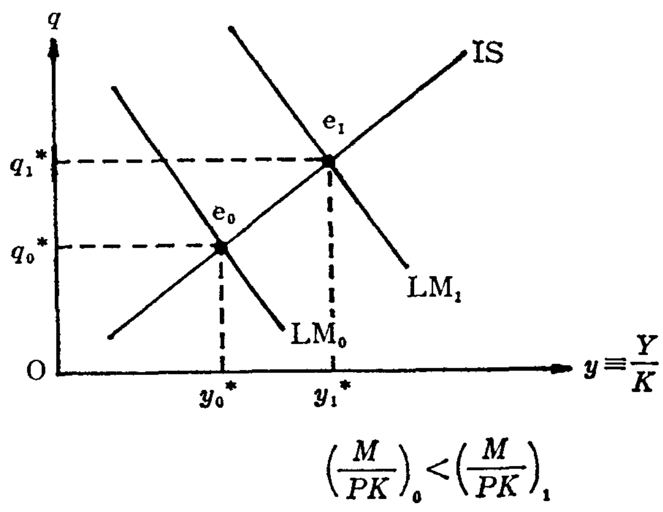

q
IS
e1
q1*
e0
q0*
LM1
LM0
O
y0*
y1*
y≡Y/K
(M/PK)0<(M/PK)1

図８

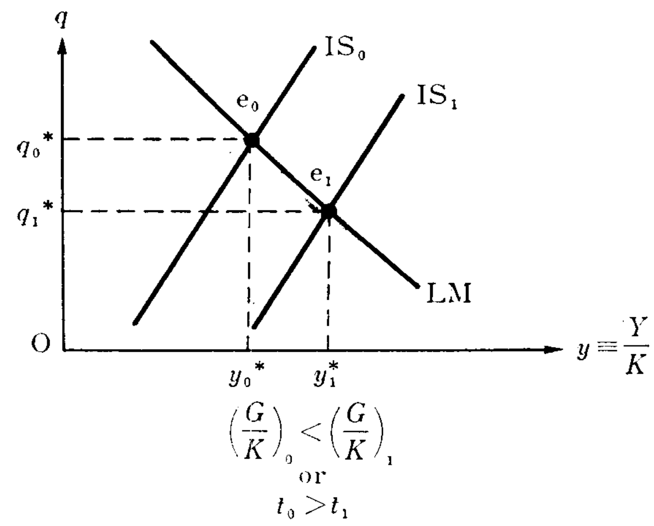
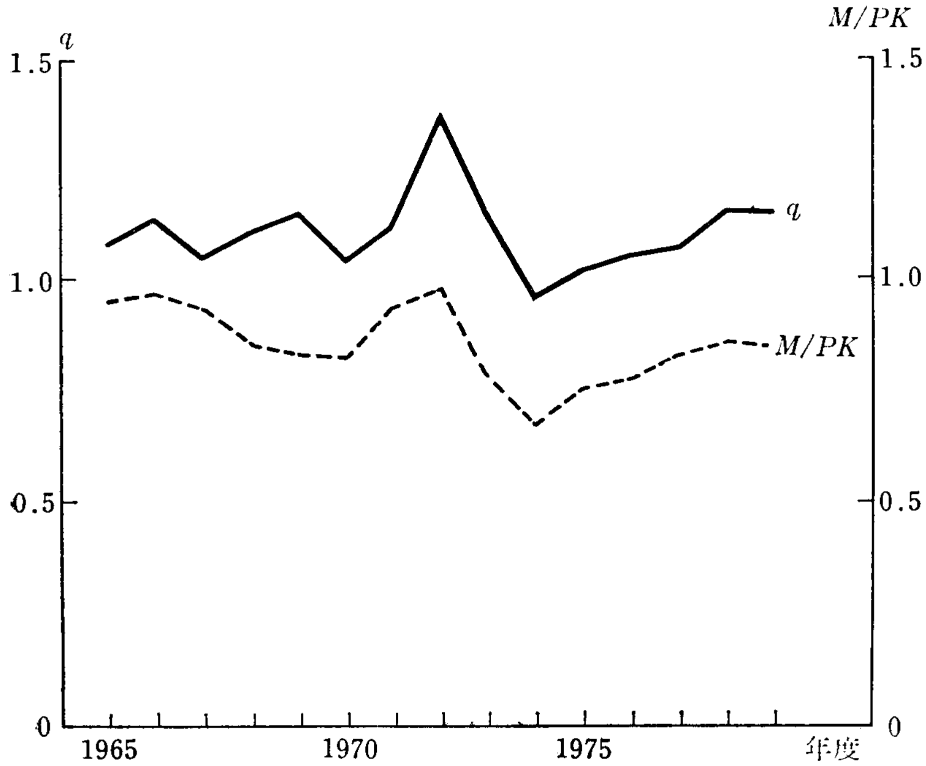


図９　日本におけるトービンの **q** と実質マネー・サプライの推移



〔出所〕　米沢〔28〕。

備考：1971年　ニクソン米大統領の金・ドル交換性停止宣言
　　　1973年　変動相場制移行・第一次石油危機
　　　1973～４年　スタグフレーション期

$$\underbrace{\{1-c(1-t)\}}_{(+)}dy=\underbrace{f'(q)}_{(+)}dq \tag{82}$$

となるから，次式を得る。

$$\left.\frac{dq}{dy}\right|_{Y=C+I+G}=\frac{1-c(1-t)}{f'(q)}>0 \tag{83}$$

すなわち，IS 曲線を $y-q$ 平面に描けば，右上がりになる。また，容易に示すことができるように，IS 曲線の右方では財市場は超過供給（$Y>C+I+G$）になり，IS 曲線の左方では財市場は超過需要（$Y<C+I+G$）になる（図5参照)。また，$h\equiv G/K$ の増加あるいは t の減少は IS 曲線の右方へのシフトを誘発することを容易に示すことができる（図6参照)。

LM曲線と IS 曲線の交点 e は，資産市場と財市場で同時に均衡をもたらす y と q の組合せを指定する。もちろん，このようにして決まった均衡国民所得は，必ずしも労働の完全雇用を保証しない。そこで，次に，財政・金融政策に基づく政府介入が y および q にいかなる影響を及ぼすかを検討することにしよう。

図7が示すように，$m/P\equiv M/(PK)$ が増加すれば，資本ストック1単位当りの均衡実質国民所得 $y^*\equiv(Y/K)^*$ と均衡 $q(q^*)$ はともに上昇する。また，$h\equiv G/K$ の増加ないし t の減少は，q^* の低下を伴う y^* の上昇を誘発する（図8参照)。資本ストック1単位当りの実質マネー・サプライ $m/P\equiv M/(PK)$ と q が正の相関関係を持つという理論分析による結論は，米沢〔28〕による日本経済を対象とした計測結果によって実証的に支持されている（図9参照)(23)。

なお，本節における IS・LM 曲線の傾きは，通常の作図法による IS・LM 曲線の傾きと逆になっているが，これは，縦軸に利子率 ρ のかわりに q をとったためである。本節の分析から通常の IS・LM 図表を導出する手続については，付録Bを参照されたい。敢えて通常の教科書的作図法と異なった方法を採用したのは，本節で採用した方法の方が，資産（ストック）市場と財（フロー）市場を結ぶ連結環としての q の役割が視覚的にクローズアップされる

と考えたからである。

VI. 結語的覚書

以上，トービンの q をめぐる最近の理論的・実証的な諸貢献を手短かに展望してきた。トービンのアプローチの最大のメリットは，q という，原則的には計測可能な単一の変数に注目することにより，現代資本主義経済システムのワーキングを手際よく解析するための一つの視角を提供していることである。しかも，q 理論に基づく投資関数は，十分に堅固なミクロ的基礎を持っており，ケインズ理論とも整合的である。このようなわけで，q 理論に基づくマクロ経済分析は，ケインズ派マクロ経済学の発展にとって重要な意味を持つものとして近年とみにそのポピュラリティーを増しつつあり，今後も注目され続けるであろう。

<付録　A>

$\{r-\varphi(g_t)\}P_k \equiv a_t$ と定義し，本文の(34)式を満たす〔a_t, K_t, g_t〕の径路を〔a_t^*, K_t^*, g^*〕と書くことにしよう。また，時間に関して区分的連続（piecewise continuous）な $g_t \leqq \bar{g}$ を満たす任意の径路を〔$\tilde{a}_t$, $\tilde{K}_t$, $\tilde{g}_t$〕と書くことにしよう(24)。ただし，仮定により，$K_0^* = \tilde{K}_0 \equiv K_0$ である。このとき，次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
\text{(A1)}\quad Z &\equiv \int_0^\infty \{a_t^* K_t^* - \tilde{a}_t \tilde{K}_t\} e^{-\rho t} dt \\
&= \int_0^\infty \{a_t^* K_t^* - \tilde{a}_t \tilde{K}_t + \lambda^*(g^* K_t^* - \dot{K}_t^*) - \lambda^*(\tilde{g}_t \tilde{K}_t - \dot{\tilde{K}}_t)\} e^{-\rho t} dt \\
&= \int_0^\infty \{a_t^* K_t^* - \tilde{a}_t \tilde{K}_t + \lambda^* g^* K_t^* - \lambda^* \tilde{g}_t \tilde{K}_t\} e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty (\dot{\tilde{K}}_t - \dot{K}_t^*) \lambda^* e^{-\rho t} dt \\
&= \int_0^\infty \{a_t^* K_t^* - \tilde{a}_t \tilde{K}_t + \lambda^* g^* K_t^* - \lambda^* \tilde{g}_t \tilde{K}_t\} e^{-\rho t} dt + \Big[(\tilde{K}_t - K_t^*) \lambda^* e^{-\rho t}\Big]_{t=0}^{t=\infty} \\
&\quad - \int_0^\infty (\tilde{K}_t - K_t^*)(\dot{\overline{\lambda^* e^{-\rho t}}}) dt
\end{aligned}
$$

ただし，ここで，$\lambda^* \equiv \varphi'(g^*) P_k$ である(25)。我々がなすべき仕事は，$Z \geqq 0$ という不等式を証明することである。

まず，$g^* < \bar{g} < \rho$ および $\tilde{g}_t \leqq \bar{g} < \rho$ であることを考慮すれば，次式を得る(26)。

(A2) $$\left[(\tilde{K}_t-K_t^*)\lambda^*\mathrm{e}^{-\rho t}\right]_{t=0}^{t=\infty}$$
$$=\lim_{t\to\infty}\{\lambda^* e^{-\rho t}(\tilde{K}_t-K_t^*)\}-\lambda^*(K_0-K_0)$$
$$=\lambda^* K_0\{\lim_{t\to\infty} e^{\int_0^t(\tilde{g}_\tau-\rho)d\tau}-\lim_{t\to\infty} e^{(g^*-\rho)t}\}=0$$

また，本文の(27)(ii)式より，

(A3) $$(\lambda^*\dot{e}^{-\rho t})=-(a_t^*+\lambda^* g^*)e^{-\rho t}$$

となる。

(A2)式と(A3)式を(A1)式に代入して整理すれば，次式を得る。

(A4) $$Z\equiv\int_0^\infty\{(a_t^*+\lambda^* g^*)-(\tilde{a}_t+\lambda^*\tilde{g}_t)\}\tilde{K}_t e^{-\rho t}dt$$

ここで，$G(g_t)\equiv a_t+\lambda^* g_t$ は，狭義の凹関数である（すなわち，$G''(g_t)=a''(g_t)=-\varphi''(g_t)P_k<0$）から，凹関数の性質により，必ず次式が成立する。

(A5) $$G(g^*)-G(\tilde{g}_t)\geqq G'(g^*)(g^*-\tilde{g}_t)$$

ここで，$\tilde{g}_t=g^*$ の場合にのみ (A5) 式は等式で成立する。ところで，本文の(30)式より，

(A6) $$G'(g^*)=a'_t(g^*)+\lambda^*=-\varphi'(g^*)P_k+\lambda^*=0$$

であるから，(A4)～(A6)式により，

(A7) $$Z\equiv\int_0^\infty(a_t^* K_t^*-\tilde{a}_t\tilde{K}_t)e^{-\rho t}dt\geqq 0$$

という結果を得る。

以上により，$g_t=g^*$ for all $t\geqq 0$ という投資政策の最適性が証明された。

＜付録　B＞

資産市場の均衡をもたらす q と y の関係を $q=q_{LM}(y)$，財市場の均衡をもたらす q と y の関係を $q=q_{IS}(y)$ と書けば，$q'_{LM}(y)<0$，$q'_{IS}(y)>0$ である。従って，資産市場の均衡をもたらす ρ と y の関係を $\rho=\rho_{LM}(y)$，財市場の均衡をもたらす ρ と y の関係を $\rho=\rho_{IS}(y)$ と書けば，q の定義（本文の(72)式）により，次式を得る。

(B1) $$\rho_{LM}(y)=r(y)/q_{LM}(y)$$

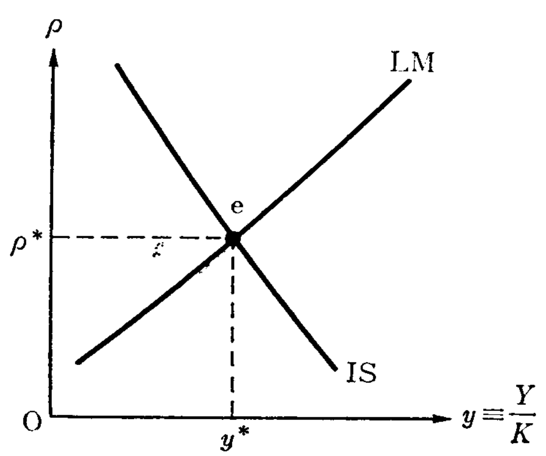
$$; \ \rho'_{LM}(y)=(\underset{(+\mathrm{or}\ 0)}{r'}q_{LM}-r\underset{(-)}{q'_{LM}})/q_{LM}^2>0$$

(B2)　$\rho_{IS}(y)=r(y)/q_{IS}(y)$

$$; \ \rho'_{IS}(y)=(\underset{(+\mathrm{or}\ 0)}{r'}q_{IS}-r\underset{(+)}{q'_{IS}})/q_{IS}^2 \gtreqless 0 \Longleftrightarrow r'/r \gtreqless q'_{IS}/q_{IS} \Longleftrightarrow \eta_{ry} \gtreqless \eta_{qy}$$

ただし，ここで，$\eta_{ry}\equiv\dfrac{dr}{dy}\cdot\dfrac{y}{r}$，$\eta_{qy}\equiv\dfrac{dq_{IS}}{dy}\cdot\dfrac{y}{q_{IS}}$はそれぞれ，$r$ および q_{IS} の y に対する弾力性である。

図 B1



(B1)式は，縦軸に利子率 ρ をとった場合 LM 曲線の傾きが右上がりになることを示している。また，(B2)式により，利潤率の実質国民所得に対する感応度 η_{ry} が相対的に小さければ，縦軸に利子率をとった IS 曲線の傾きは右下がりになることがわかる。

以上の分析により，η_{ry} があまり大きくなければ，q 理論に基づく IS・LM 分析から図 B1 のような通常の IS・LM 図表を導出できることが明らかになった。

注

*　本稿は，郵政省貯金局経営調査室の依頼に基づいて書かれた「経済理論にかんする調査分析」を修正・加筆したものである。本誌への掲載を許可して下さった郵政省貯金局経営調査室に感謝する。なお，本稿はあくまで筆者の個人的な見解を反映するものであることをお断わりしておく。

(1)　正しくは，「投資の限界効率」とすべきである。詳しくは，第Ⅱ節を参照されたい。

(2)　同様の論点は，既にホーヴェルモ〔6〕によっても認識されていた。

(3)　これらの点についてより詳しくは，蓑谷〔16〕の第８章を参照されたい。

(4)　この調整費用逓増の仮定は，ペンローズ〔19〕にちなみ，宇沢〔26〕によって「ペンローズ効果」(Penrose effect) と呼ばれている。

(5)　すなわち，$r\equiv$(純利潤)／(資本ストック額)$\equiv$(粗利潤－減価償却費)／(資本ストック額) である。

(6)　２階の条件は，調整費用逓増の仮定 $\varphi''(g)>0$ によって保証されている ((10)式参照)。

(7)　(11)式を全微分すれば，$d(\frac{r}{\rho})=\varphi''(g)dg$ となるから，$f'(\frac{r}{\rho})\equiv dg/d(\frac{r}{\rho})=1/\varphi''(g)>0$ となる。また，(5)式の仮定により，$\varphi'(0)=1$ であるから，$\frac{r}{\rho}=1$ のとき $g=0$ になる。

(8)　拙稿〔2〕では，このような性質を持った投資関数を用いたマクロ動学モデルが展開されている。また，資本利潤率 r が産出-資本比率 Y/K の増加関数であることを仮定すれば，$g=g(Y,\ K,\ \rho)$；$\frac{\partial g}{\partial Y}>0$，$\frac{\partial g}{\partial K}<0$，$\frac{\partial g}{\partial \rho}<0$ となる。拙稿〔1〕で採用されているのは，このような形の投資関数である。

(9)　このように定義されたトービンの q は，カルドア〔12〕によって「評価比率」(Valuation ratio) と呼ばれたものと概念的に一致する。

(10)　以上の説明からも明らかなように，資本の限界効率（資本利潤率）r と投資の限界効率 m は区別すべきであり，最適投資率の決定にあたって利子率と一致させなければならないのは，前者ではなく後者である。この点，ケインズ〔13〕による用語法は混乱を含んでいた。尚，宇沢〔27〕によれば，このことを最初に指摘したのはラーナーである。

(11)　このような形の定式化は，宇沢〔26〕によってなされた。

(12)　ポントリャーギンの最大値原理については，たとえばイントリリゲーター〔10〕第14章を参照されたい。

(13)　$y(t)$ は，ラグランジュ乗数のいわば動学版であり，動学的な制約条件(22)式に伴う一種の影の価格 (shadow price) として解釈することができる。

(14)　イントリリゲーター〔10〕第14章参照。

(15)　時間を通じて g を一定値に維持する（$\dot{g}=0$）場合には，λ も時間を通じて一定になるから，条件(27)(iii)も満たされる。

(16)　以下の分析で我々が用いる方法は，林〔7〕に依拠している。ただし，林〔7〕のモデルは，本稿のモデルより更に一般的である。

(17)　資本蓄積方程式 $\dot{K}/K\equiv\frac{dK}{dt}\ \frac{1}{K}=g$ を時間で積分すれば，

$$\log\ K(s)-\log\ K(t)\equiv\log(K(s)/K(t))$$
$$=\int_t^s g(\tau)d\tau$$

となるから，この式より(46)式を得る。

(18)　$f(1)=0$ という結果は，調整費用関数に関して設けた仮定 $\varphi'(0)=1$ に依存するものであり，本質的なものではない。理論的に重要なことは，最適投資率 $g(t)$ が $q(t)$ の増加関数である，ということである。もちろん，この結果は，調整費用逓増の仮定 $\varphi''(g(t))>0$ から導かれる。

(19)　粗投資率が低く見えるのはそのためであり，粗投資率を年率に直せば10%前後になる。

(20) 土地資産を明示的に導入した米沢〔28〕のモデルにおいては，限界的 $q(\tilde{q})$ と平均的 $q(q)$ の間には，$\tilde{q}=q-\theta P_L(\theta>0)$ という関係がある。従って，$\tilde{g}$ が $\tilde{q}$ の増加関数であれば，$\tilde{g}$ は q の増加関数かつ P_L の減少関数になる。

(21) $\dfrac{\partial(f_2W)}{\partial Y}=\dfrac{\partial f_2}{\partial Y}\cdot W=\dfrac{\partial f_2}{\partial(Y/W)}\cdot\dfrac{1}{W}\cdot W=\dfrac{\partial f_2}{\partial(Y/W)}$ である。

(22) ただし，ここでは，簡単化のために外国貿易の存在を無視している。

(23) 米沢〔28〕は，資本ストック1単位当りの実質ハイパワード・マネー $H/(PK)$ と q の相関関係をも計測し，これらの変数の間にもやはり正の相関関係が存在することを見出している。

(24) 区分的連続関数とは，不連続点が有限個であり，他は連続な関数のことである。連続関数もその特殊ケースとして含まれる。ポントリャーギンの最大値原理が考察の対象とするのは，時間に関して区分的連続な関数のみである。

(25) この式の導出には，本文の制約条件(22)式および部分積分の公式

$$\int(\dot{a}b)dt=ab-\int(a\dot{b})dt$$

を用いた。

(26) (A2)式の導出には，$K(t)=K(0)e^{\int_0^t g(\tau)d\tau}$ という関係を用いた(本文の(46)式参照)。$g(\tau)=g^*$ for all $\tau\geqq 0$ ならば，この式は，$K(t)=K(0)e^{g^*t}$ となる。

参考文献

〔1〕 Asada, T. "Government Finance and Wealth Effect in a Kaldorian Cycle Model" (*Journal of Economics /Zeitschrift für Nationalökonomie*, Vol. 47, No. 2, 1987)

〔2〕 Asada, T. "Monetary Stabilization Policy in a Keynes-Goodwin Model of Growth Cycle" (in W. Semmler (ed.) *Economic Dynamics and Financial Instability*, M. E. Sharpe, Inc., New York, forthcoming)

〔3〕 Ciccolo, J. and G. Fromm" '*q*', Corporate Investment, and Balance Sheet Behavior" (*Journal of Money, Credit and Banking*, May, 1980)

〔4〕 Furstenberg, von, G. "Corporate Investment: Does Market Valuation Matter in Aggregate?" (*Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 1977)

〔5〕 Gould, J. P. "Adjustment Costs in the Theory of Investment of the Firm" (*Review of Economic Studies*, January, 1968)

〔6〕 Haavelmo, T. *A Study in the Theory of Investment* (The University of Chicago Press, Chicago, 1960)

〔7〕 Hayashi, F. "Tobin's Marginal *q* and Average *q*: A Neoclassical

Interpretation" (*Econometrica*, January, 1982)

〔8〕 Hicks, J. R. "Mr. Keynes and the Classics: A Suggested Interpretation" (*Econometrica*, April, 1937)

〔9〕 今井賢一・宇沢弘文・小宮隆太郎・根岸隆・村上泰亮『価格理論 III』（岩波書店，1972）

〔10〕 Intriligator, M. D. *Mathematical Optimization and Economic Theory* (Printice Hall, Inc., New Jersey, 1971)

〔11〕 Jorgenson, D. "Capital Theory and Investment Behavior" (*American Economic Review*, May, 1963)

〔12〕 Kaldor, N. "Marginal Productivity and the Macro-Economic Theories of Distribution" (*Review of Economic Studies*, October, 1966)

〔13〕 Keynes, J. M. *The General Theory of Employment, Interest and Money* (Macmillan, Ltd., London, 1936)（塩野谷佑一訳『雇用・利子および貨幣の一般理論』，東洋経済新報社，1983）

〔14〕 Lindenberg, E. B. and S. A. Ross "Tobin's q Ratio and Industrial Organization" (*Journal of Business*, January, 1981).

〔15〕 Lucas, R. "Adjustment Costs and the Theory of Supply" (*Journal of Political Economy*, August, 1967)

〔16〕 養谷千凰彦『経済分析における時間要素』（東洋経済新報社，1981）

〔17〕 Nickell, S. *The Investment Decisions of Firms* (James Nisbet & Co. Ltd. /Cambridge University Press, 1978)

〔18〕 Oulton, N. "Aggregate Investment and Tobin's Q: The Evidence from Britain" (*Oxford Economic Papers*, July, 1981)

〔19〕 Penrose, E. T. *The Theory of the Growth of the Firm* (Basil Blackwell & Mott Ltd., Oxford, 1959)

〔20〕 Tobin, J. "A General Equilibrium Approach to Monetary Theory" (*Journal of Money, Credit and Banking*, February, 1969)

〔21〕 Tobin, J. *Asset Accumulation and Economic Activity* (Basil Blackwell & Mott Ltd., Oxford, 1980)（浜田宏一・藪下史郎訳『マクロ経済学の再検討』，日本経済新聞社，1981）

〔22〕 Tobin, J. "Money and Finance in the Macroeconomic Process" (*Journal of Money, Credit and Banking*, May, 1982)

〔23〕 Tobin, J. and W. Brainard "Asset Markets and the Cost of Capital" (in R. Nelson et. al. (ed.) *Economic Progress, Private Values and Public Policy: Essays in Honor of William Fellner*, North-Holland, Amsterdam, 1977)

〔24〕 Treadway, A. B. "On Rational Entreprneurial Behaviour and the Demand for Investment" (*Review of Economic Studies*, April, 1969)

〔25〕 Ueda, K. and H. Yoshikawa "Financial Volatility and the q theory of Investment" (*Economica*, February, 1986)

〔26〕 Uzawa, H. "Time Preference and the Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic Growth" (*Journal of Political Economy*, July/August, 1969)

〔27〕 宇沢弘文『近代経済学の転換』(岩波書店, 1986)

〔28〕 米沢康博「トービンの q, 投資および資産市場」(日本証券経済研究所・計測室テクニカル・ペーパー, 8月号, 1982)

〔29〕 Yoshikawa, H. "On the 'q' Theory of Investment" (*American Economic Review*, September, 1980)

〔30〕 Yoshikawa, H. "On the Firm's Short-run Quantity Adjustment: 'q' Theory of Goods in Process" (*Economica*, August, 1982)

〔31〕 吉川洋『マクロ経済学研究』(東京大学出版会, 1984)